一級建築士学科試験対策 オンライン講義

力学７　「たわみ」

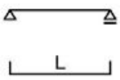
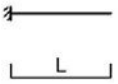
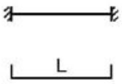
合格ロケット

https://5569et.com/

たわみ

基本形としてこれを覚える！

Point① 基本公式

	集中荷重P	等分布荷重w	モーメント荷重M
	$\delta=\frac{PL^3}{48EI}$ $\theta=\frac{PL^2}{16EI}$	$\delta=\frac{5wL^4}{384EI}$ $\theta=\frac{wL^3}{24EI}$	
	$\boxed{\delta=\frac{PL^3}{3EI}}$ $\theta=\frac{PL^2}{2EI}$	$\delta=\frac{wL^4}{8EI}$ $\theta=\frac{wL^3}{6EI}$	$\delta=\frac{ML^2}{2EI}$ $\theta=\frac{ML}{EI}$
	$\delta=\frac{PL^3}{192EI}$	$\delta=\frac{wL^4}{384EI}$	

$$\delta=\frac{PL^3}{\bigcirc EI}\quad \delta=\frac{wL^4}{\bigcirc EI}\quad \delta=\frac{ML^2}{\bigcirc EI}$$

$$\theta=\frac{PL^2}{\bigcirc EI}\quad \theta=\frac{wL^3}{\bigcirc EI}\quad \theta=\frac{ML}{\bigcirc EI}$$

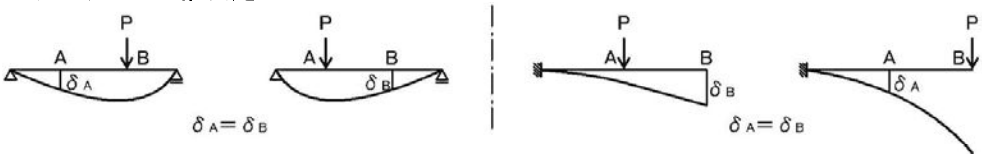
$P=wL$

$M=PL \rightarrow P=\frac{M}{L}$

単純梁：要はイチロー，三割八分四厘　ホームラン5本　西側スタンドへ
　　　　48　16　　　384　　　　　5　　　　24

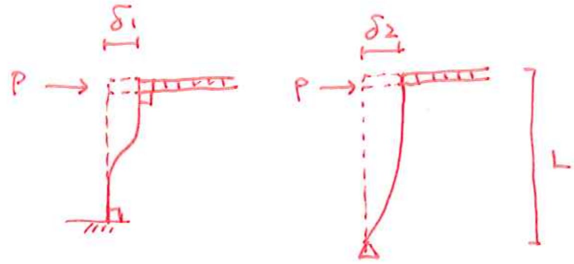
片持梁：サニーの野郎は二位だった
　　　　3 2　　8 6　　2 1

Point② マクスウェルの相反定理



Point③ モールの定理
→インプットのコツ参照

力学 7（たわみの過去問題）

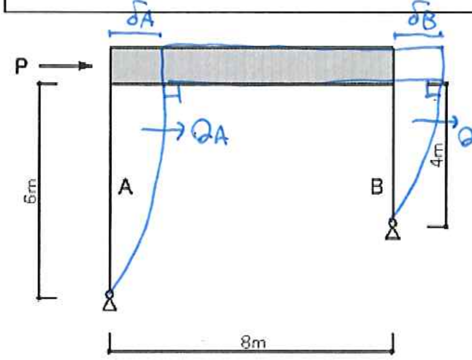


$\delta_1 = \dfrac{PL^3}{12EI}$　　$\delta_2 = \dfrac{PL^3}{3EI}$

3 シリーズ（柱の負担せん断力）

問題コード 15041

図のような荷重P を受けるラーメンにおいて，柱A，Bに生じるせん断力をそれぞれ Q_A，Q_B としたとき，それらの比（$Q_A : Q_B$）として，正しいものは，次のうちどれか．ただし，柱A，B は等質等断面であり、はりは剛体とし，柱A，及びB はりの応力は弾性範囲内にあるものとする．



	Q_A	:	Q_B
1	27	:	8
2	9	:	4
3	2	:	3
4	4	:	9
5	8	:	27

$\delta_A = \dfrac{Q_A \times 6^3}{3EI}$，$\delta_B = \dfrac{Q_B \times 4^3}{3EI}$

$\delta_A = \delta_B$ より

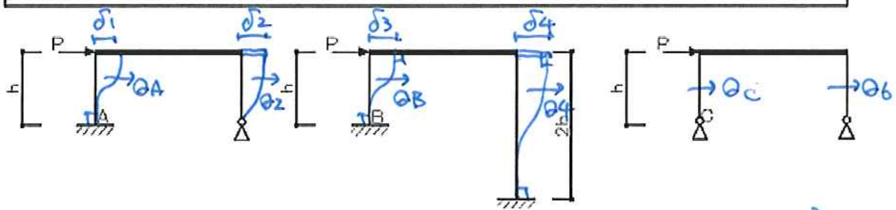
$\dfrac{Q_A \times 6^3}{\cancel{3EI}} = \dfrac{Q_B \times 4^3}{\cancel{3EI}}$

$\dfrac{Q_A}{Q_B} = \dfrac{4^3}{6^3} = \dfrac{2^3}{3^3} = \dfrac{8}{27}$

$Q_A : Q_B = 8 : 27$

問題コード 16031

図のようなラーメンに水平力P が作用する場合，柱A，B，Cに生じるせん断力をそれぞれ Q_A，Q_B，Q_C としたとき，それらの大小関係として，正しいものは，次のうちどれか．ただし，それぞれの柱は等質等断面の弾性部材とし，梁は剛体とする．



1. $Q_A > Q_B > Q_C$
2. $Q_A = Q_B > Q_C$
3. $Q_B > Q_A > Q_C$
4. $Q_B > Q_C > Q_A$
5. $Q_C > Q_A = Q_B$

$\delta_1 = \dfrac{Q_A \times h^3}{12EI}$，$\delta_2 = \dfrac{Q_2 \times h^3}{3EI}$，$\delta_3 = \dfrac{Q_B \times h^3}{12EI}$，$\delta_4 = \dfrac{Q_4 \times (2h)^3}{12EI}$

$\delta_1 = \delta_2$ より

$\dfrac{Q_A \times \cancel{h^3}}{\cancel{12}_{4}\cancel{EI}} = \dfrac{Q_2 \times \cancel{h^3}}{\cancel{3}_{1}\cancel{EI}}$

$\dfrac{Q_A}{Q_2} = 4 = \dfrac{4}{1}$

$Q_A : Q_2 = 4 : 1$

$Q_A + Q_2 = P$ より

$Q_A = \dfrac{4}{5}P$，$Q_2 = \dfrac{1}{5}P$

$\delta_3 = \delta_4$ より

$\dfrac{Q_B \times \cancel{h^3}}{\cancel{12EI}} = \dfrac{Q_4 \times 8\cancel{h^3}}{\cancel{12EI}}$

$\dfrac{Q_B}{Q_4} = 8 = \dfrac{8}{1}$

$Q_B : Q_4 = 8 : 1$

$Q_B + Q_4 = P$ より

$Q_B = \dfrac{8}{9}P$，$Q_4 = \dfrac{1}{9}P$

左右対称より

$Q_c = Q_6$

$Q_c + Q_6 = P$ より

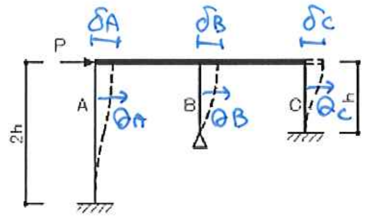
$Q_c = Q_6 = \dfrac{P}{2}$

$\therefore Q_B > Q_A > Q_c$

問題コード 26061

図のような水平力Pが作用する骨組において，柱A，B，Cの水平力の分担比 $Q_A:Q_B:Q_C$ として，正しいものは，次のうちどれか．ただし，3本の柱は全て等質等断面の弾性部材とし，梁は剛体とする．

	Q_A	:	Q_B	:	Q_C
1.	1	:	1	:	4
2.	1	:	2	:	4
3.	1	:	2	:	8
4.	1	:	4	:	8



$$\delta A=\frac{QA\times(2h)^3}{12EI},\quad \delta B=\frac{QB\times h^3}{3EI},\quad \delta c=\frac{Qc\times h^3}{12EI}$$

$\delta A=\delta B$ より

$$\frac{QA\times \cancel{8}^{2}\cancel{h^3}}{\cancel{12EI}_{4\ 1}}=\frac{QB\times\cancel{h^3}}{\cancel{3EI}_{1}},\quad \frac{QA}{QB}=\frac{1}{2}$$

$\therefore QA:QB=1:2$

$\delta A=\delta c$ より

$$\frac{QA\times 8\cancel{h^3}}{\cancel{12EI}}=\frac{Qc\times\cancel{h^3}}{\cancel{12EI}},\quad \frac{QA}{Qc}=\frac{1}{8}$$

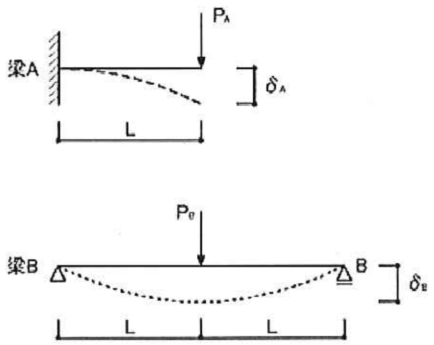
$\therefore QA:Qc=1:8$

$\therefore QA:QB:Qc=1:2:8$

1シリーズ（公式直接利用タイプ）

問題コード 30021

図のような集中荷重P_A，P_Bを受ける梁A，B の荷重点に生じるたわみ δ_A，δ_Bの値が等しいとき，集中荷重P_AとP_Bとの比を求めよ．ただし，梁A，Bは等質等断面の弾性部材とする．



$$\delta A=\frac{PA\times L^3}{3EI}$$

$$\delta B=\frac{PB\times(2L)^3}{48EI}$$

	P	w	M
	δ= θ=	δ= θ=	
	δ= θ=	δ= θ=	δ= θ=

$\delta A=\delta B$ より

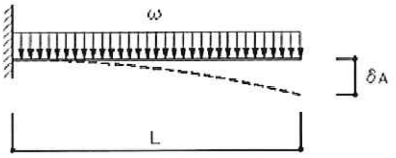
$$\frac{PA\times\cancel{L^3}}{\cancel{3EI}_{1}}=\frac{PB\times\cancel{8}^{1}\cancel{L^3}}{\cancel{48EI}_{\cancel{6}\ 2}}$$

$$\frac{PA}{PB}=\frac{1}{2}$$

$PA:PB=1:2$

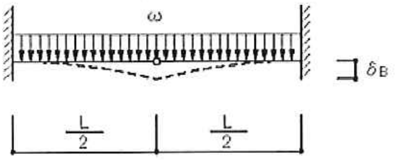
問題コード 25021

図ような梁A及びBに等分布荷重ωが作用したときの曲げによる最大たわみ δ_A と δ_B との比を求めよ. ただし, 梁A及びBは等質等断面の弾性部材とする.



A

$$\delta_A = \frac{\omega L^4}{8EI}$$



B

$$\delta_B = \frac{\omega \times \left(\frac{L}{2}\right)^4}{8EI}$$

$$\frac{\delta_A}{\delta_B} = \frac{\omega L^4}{8EI} \Big/ \frac{\omega \times \left(\frac{L}{2}\right)^4}{8EI}$$

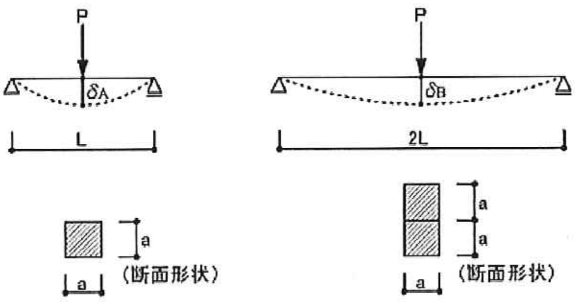
$$= \frac{\cancel{\omega L^4}}{\cancel{8EI}} \times \frac{\cancel{8EI}}{\omega \times \frac{\cancel{L^4}}{16}}$$

$$= 16$$

$$= \frac{16}{1} \qquad \therefore \ \delta_A = \delta_B = 16:1$$

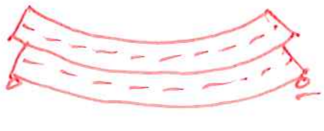
問題コード 29021

図のような断面形状の単純梁A及びBの中央に集中荷重Pが作用したとき, それぞれ曲げによる最大たわみ δ_A 及び δ_B が生じている. δ_Aとδ_Bとの比を求めよ. ただし, 梁A及びBは同一材質の弾性部材とし, 自重は無視する. また, 梁Bは重ね梁であり, 接触面の摩擦はないものとする.



梁A　　梁B

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$$



$$I_A = \frac{a \times a^3}{12} = \frac{a^4}{12} \qquad \delta_A = \frac{PL^3}{48EI_A}$$

$$I_B = \frac{a \times a^3}{12} \times 2 = 2I_A \qquad \delta_B = \frac{P \times (2L)^3}{48EI_B} = \frac{8PL^3}{48E \times 2I_A}$$

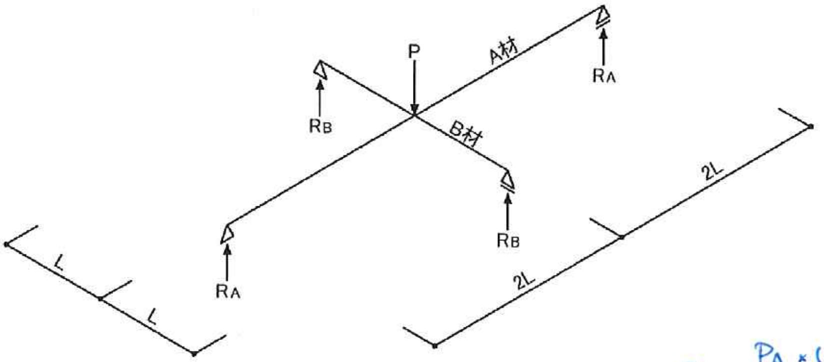
$$\frac{\delta_A}{\delta_B} = \frac{\cancel{PL^3}}{\cancel{48EI_A}} \times \frac{\cancel{48E} \times \cancel{2}^{1}\cancel{I_A}}{{}_{4}\cancel{8}\cancel{PL^3}}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\delta_A : \delta_B = 1:4.$$

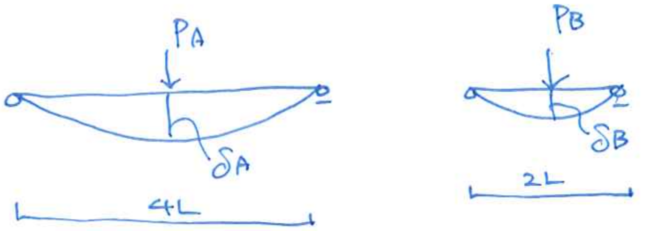
問題コード 02021

図に示す交差梁のA材とB材の交点に集中荷重Pが作用したときのA材，B材の支点の反力をそれぞれR_A，R_Bとするとき，その比として，正しいものは，次のうちどれか．なお，A材とB材は等質等断面とし，梁の重量は無視するものとする．



	R_A	:	R_B
1.	1	:	1
2.	1	:	2
3.	1	:	4
4.	1	:	8

$$\delta_A = \frac{P_A \times (4L)^3}{48EI}, \quad \delta_B = \frac{P_B \times (2L)^3}{48EI}$$



$\delta_A = \delta_B$ より

$$\frac{P_A \times \cancel{4^3}^{\,2^3} \times \cancel{L^3}}{\cancel{48EI}} = \frac{P_B \times \cancel{2^3} \times \cancel{L^3}}{\cancel{48EI}}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad \therefore P_A : P_B = 1 : 8$$

$P_A + P_B = P$ より

$$P_A = \frac{1}{9}P, \quad P_B = \frac{8}{9}P$$

$$R_A = \frac{P_A}{2} = \frac{1}{18}P, \quad R_B = \frac{P_B}{2} = \frac{4}{9}P$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\cancel{P}}{\cancel{18}_{\,2}} \times \frac{\cancel{9}}{4\cancel{P}} = \frac{1}{8}$$

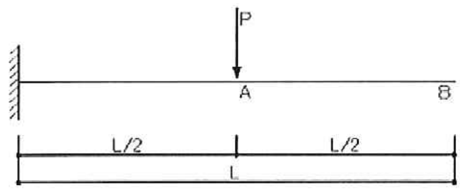
$$\therefore R_A : R_B = 1 : 8$$

1'シリーズ（変形を考慮した公式利用タイプ）

演習問題として解いてみよう！（5分間）

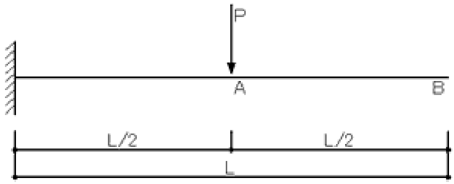
問題コード 13011

図のような片持ばりの中間点 A に集中荷重 P が作用している場合，はりの自由端 B におけるたわみ角とたわみの値を求めよ．ただし，はりは，全長にわたって等質等断面であり，ヤング係数 E，断面二次モーメントを I とし，はりの質量の影響は無視できるものとする．

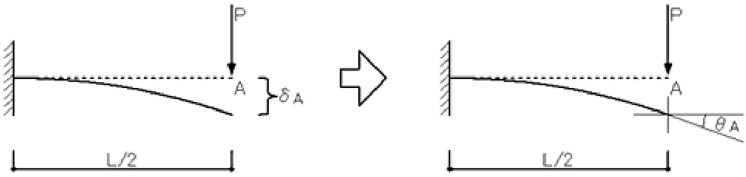


問題コード　13011

図のような片持ばりの中間点 A に集中荷重 P が作用している場合，はりの自由端 B におけるたわみ角とたわみの値を求めよ．ただし，はりは，全長にわたって等質等断面であり，ヤング係数 E，断面二次モーメントを I とし，はりの質量の影響は無視できるものとする．



解説：



上図のように考えると，A点のたわみ δ_A は

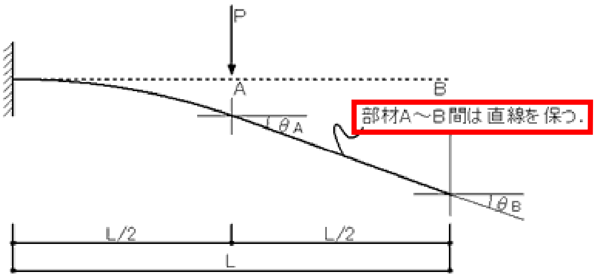
$$\delta_A = \boxed{\frac{P}{3EI} \times \left(\frac{L}{2}\right)^3} = \frac{PL^3}{24EI}$$

右図のように考えると，A点の回転角 θ_A は

$$\theta_A = \boxed{\frac{P}{2EI} \times \left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{PL^2}{8EI}$$

問題文に戻ると，右図において A～B 間には外力が作用しないため部材は直線を保つ．そのため，θ_Aとθ_B とは同位角の関係となり，$\theta_A = \theta_B$とわかる．

$$\therefore \theta_B = \frac{PL^2}{8EI}$$

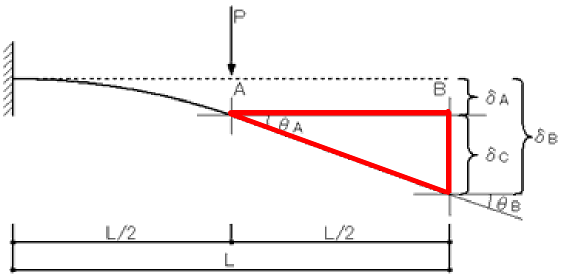


B点のたわみ角については右図のように考える．右図より，$\delta_B = \delta_A + \delta_C$ とわかる．

$$\therefore \delta_B = \frac{PL^3}{24EI} + \boxed{\theta_A \times \frac{L}{2}}$$

$$= \frac{PL^3}{24EI} + \frac{PL^2}{8EI} \times \frac{L}{2}$$

$$= \frac{5PL^3}{48EI}$$



解答：　$\theta_B = \frac{PL^2}{8EI}$　，　$\delta_B = \frac{5PL^3}{48EI}$