力学 8（座屈の過去問題）

$P_{cr}=\dfrac{\pi^2 EI}{L_k^2}=\dfrac{\pi^2 EA}{\lambda^2}$

$\lambda=\dfrac{L_k}{i}$, $i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}$

L_k：座屈長さ
λ：細長比
i＝断面2次半径

1 シリーズ（文章出題）

問題コード 22061

中心圧縮力を受ける正方形断面の長柱の弾性座屈荷重P_eに関する次の記述について、「正しい」か「誤り」かで答えよ。ただし、柱は等質等断面とし、材端の水平移動は拘束されているものとする。

1. P_eは、正方形断面を保ちながら柱断面積が2倍になると4倍になる。
2. ~~2~~. P_eは、柱の長さが$\frac{1}{2}$倍になると2倍になる。
3. P_eは、柱材のヤング係数が2倍になると2倍になる。
4. P_eは、柱の材端条件が「両端ピンの場合」より「一端ピン他端固定の場合」のほうが大きくなる。

※座屈荷重は柱断面積Aに比例
反比例
×.

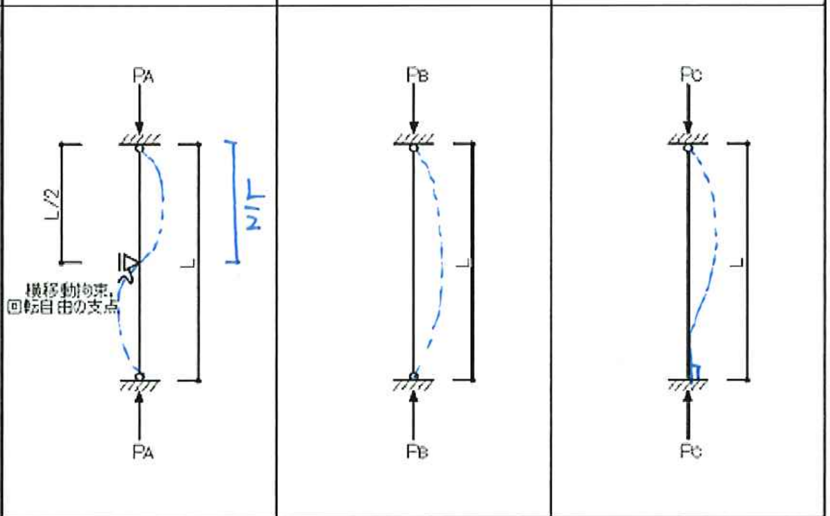
1: A: 1×1 B: 2, $\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$I_A=\dfrac{1^4}{12}$, $I_B=\dfrac{(\sqrt{2})^4}{12}=\dfrac{4}{12}=4I_A$.

2 シリーズ（柱の座屈長さの理論解）

問題コード 14031

図のような支持条件で同一材質からなる柱A, B, Cの弾性座屈荷重の理論値 P_A，P_B，P_Cの大小関係を求めよ．ただし，柱A, B, Cの材端の水平移動は拘束されており，それぞれの断面二次モーメントは I, 2I, 3I とし，面外方向の座屈については無視するものとする．

柱	A	B	C
支持条件			
断面2次モーメント	I	2I	3I

L_k	$\frac{L}{2}$	L	$0.7L$

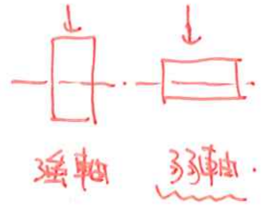
$P_A=\dfrac{\pi^2\cdot E\cdot I}{(\frac{L}{2})^2}$ $P_B=\dfrac{\pi^2\cdot E\cdot 2I}{L^2}$ $P_C=\dfrac{\pi^2\cdot E\cdot 3I}{(0.7L)^2}$ $\rightarrow P_B<P_A<P_C$.

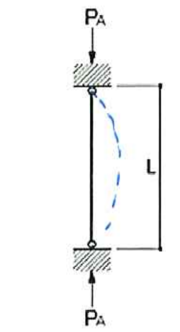
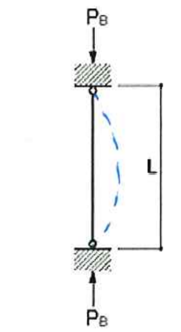
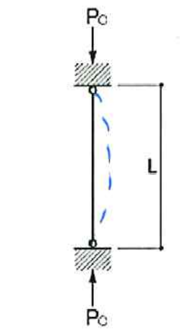
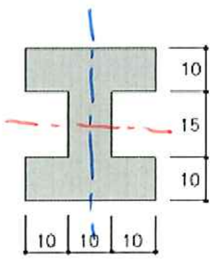
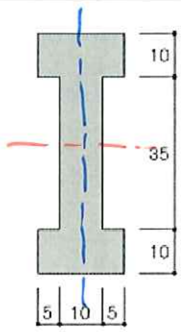
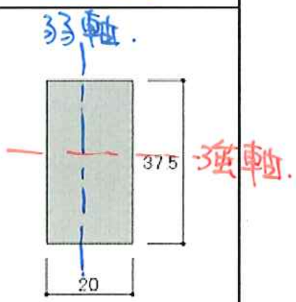
問題コード 21061

図のような支持条件及び断面で同一材質からなる柱A，B，Cにおいて，中心圧縮の弾性座屈荷重の理論値P_A，P_B，P_C の大小関係を求めよ．ただし，図中における寸法の単位はcmとする．

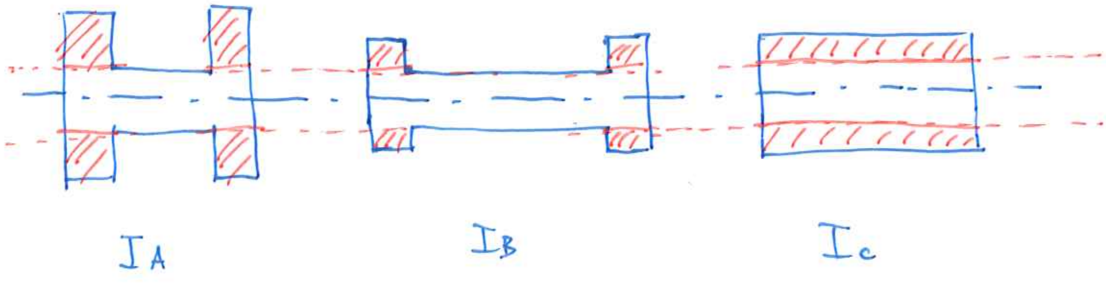
$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 \cdot EI}{Lk^2}$

I：弱軸方向の断面二次モーメント



柱	A	B	C
支持条件	 両端ピン（水平移動拘束）	 両端ピン（水平移動拘束）	 両端ピン（水平移動拘束）
断面			

I_A, I_B, I_C の大小関係と P_A, P_B, P_C の大小関係は比例する！



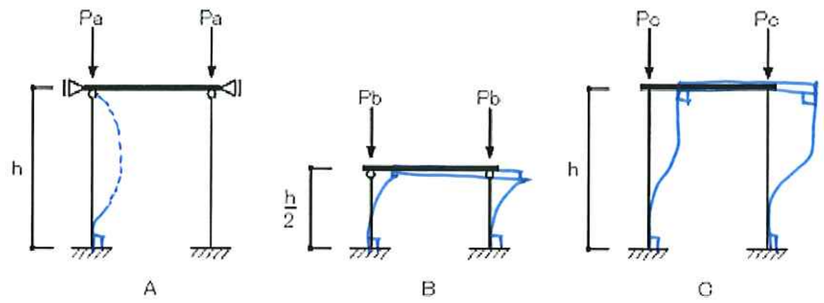
$I_A > I_C > I_B. \rightarrow P_A > P_C > P_B.$

3シリーズ（ラーメン架構の座屈長さ）

問題コード 13061

図のような構造物A，B，Cにおける弾性座屈荷重の理論値を，それぞれP_A，P_B，P_Cとした場合，それらの大小関係を求めよ．ただし，柱は全長にわたって等質等断面であり，はりは剛体とし，柱およびはりの質量の影響は無視できるものとする．

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$$



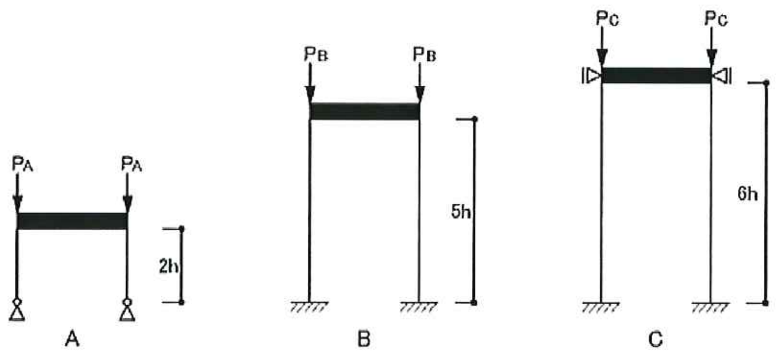
A	B	C
$0.7L$	$2.0L$	$1.0L$
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
$0.7h$	$2.0\times\frac{h}{2}=h.$	$1.0\times h$

$A\,L_k < B\,L_k = C\,L_k \rightarrow P_A > P_B = P_C.$

演習問題として解いてみよう！（5分間）

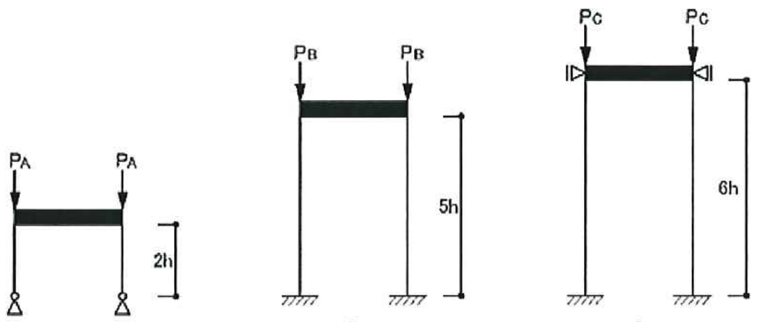
問題コード 29061

図のような構造物A，B，Cの柱の弾性座屈荷重をそれぞれP_A，P_B，P_Cとしたとき，それらの大小関係を求めよ．ただし，全ての柱は等質等断面で，梁は剛体であり，柱及び梁の自重，柱の面外方向の座屈は無視する．



問題コード 29061

図のような構造物A，B，C の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A，P_B，P_C としたとき，それらの大小関係を求めよ．ただし，全ての柱は等質等断面で，梁は剛体であり，柱及び梁の自重，柱の面外方向の座屈は無視する．



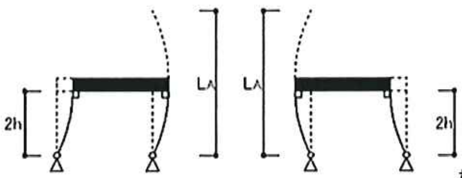
A　　B　　C

解説：

座屈荷重をP_Kとすると，柱は等質等断面であるので，

$$P_K = \frac{\pi^2 EI}{L_K^2} = \pi^2 EI \times \frac{1}{L_K^2}$$ となる．

構造物A の座屈長さを L_Aとすると，

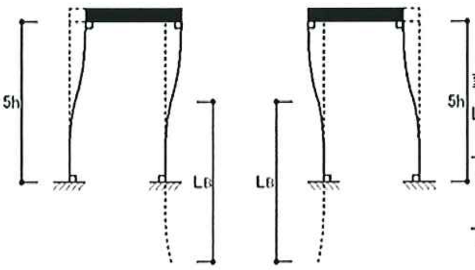


変形は上図のいずれかになるため，

$L_A = 2 \times 2h = 4h$

$\frac{1}{L_A^2} = \frac{1}{16h^2}$

構造物B の座屈長さを L_Bとすると，

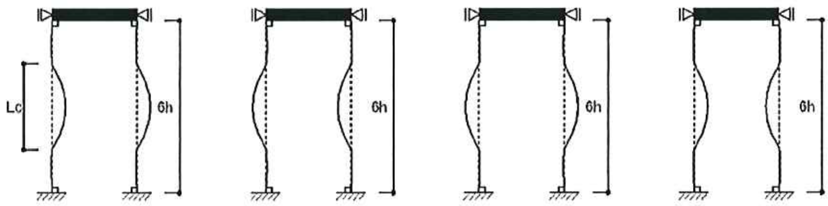


変形は上図のいずれかになるため，

$L_B = 5h$

$\frac{1}{L_B^2} = \frac{1}{25h^2}$

構造物C の座屈長さを L_Cとすると，



変形は上図のいずれかになるため，

$L_C = \frac{1}{2} \times 6h = 3h$

$\frac{1}{L_C^2} = \frac{1}{9h^2}$

$$\frac{1}{L_C^2} = \frac{1}{9h^2} > \frac{1}{L_A^2} = \frac{1}{16h^2} > \frac{1}{L_B^2} = \frac{1}{25h^2}$$

柱A，B，C それぞれの座屈荷重を P_A，P_B，P_C とすると，
その大小関係は，$P_C > P_A > P_B$ と求まる．

解答：$P_C > P_A > P_B$