

学科Ⅳ 構造科目

01. 不静定構造物

(重要ポイント説明)

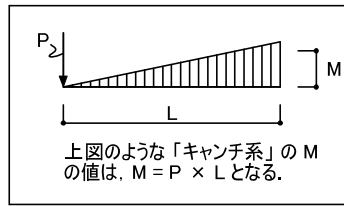
さて、 M_{CA} , M_{CB} の値はすぐに求められますか？

カンチ系であるため、

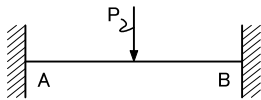
$$M_{CA} = \frac{M}{L} \times a$$

$$M_{CB} = \frac{M}{L} \times b$$

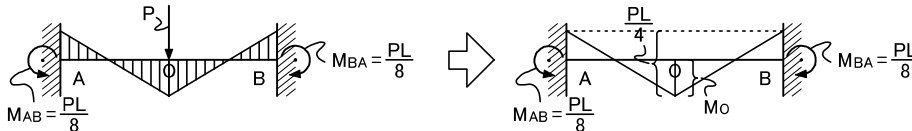
となります。



不静定構造物の暗記事項



上図の「不静定ばり」のM図は下図のようになります。



上図の「固定端」におけるモーメント反力 $\frac{PL}{8}$ は暗記しておいて下さい。

また、右図のはり中央部におけるモーメント内力を M_0 とすると、

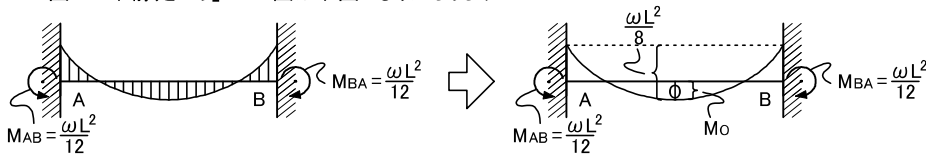
M_0 = 「集中荷重が作用する単純ばり中央部のモーメント」 - 「固定端モーメント」

$$= \frac{PL}{4} - \frac{PL}{8} = \frac{PL}{8}$$

となります。この考え方も覚えておいて下さい。



上図の「不静定ばり」のM図は下図のようになります。



上図の「固定端」におけるモーメント反力 $\frac{\omega L^2}{12}$ は暗記しておいて下さい。

また、右図のはり中央部におけるモーメント内力を M_0 とすると、

M_0 = 「等分布荷重が作用する単純ばり中央部のモーメント」 - 「固定端モーメント」

$$= \frac{\omega L^2}{8} - \frac{\omega L^2}{12} = \frac{\omega L^2}{24}$$

となります。この考え方も覚えておいて下さい。



この集中荷重、等分布荷重による「不静定ばり」材の固定端モーメント

$$M = \frac{PL}{8}$$

$$M = \frac{\omega L^2}{12}$$

は「端(Δ)を自由に(ジュウニ)固定する。」と語呂で覚える。

剛度(K)

$$K = \frac{I}{L}$$

I : 断面2次モーメント
L : 材の長さ



剛度とは単位長さあたりの「断面2次モーメント」であり、材の強さ、堅さを表します。

剛比(k)

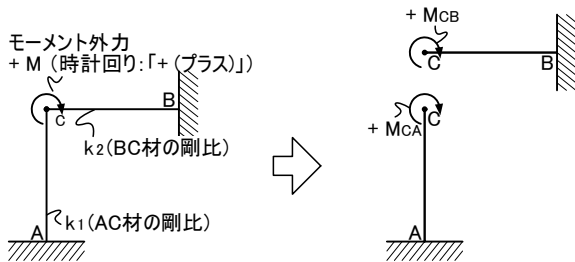
$$k = \frac{K}{k_0}$$

K : 剛度
k₀ : 標準剛度



任意の剛度を「標準剛度」と設定し、「標準剛度」と各材の剛度との比が剛比となる。

固定モーメント法



上図のような不静定構造物にモーメント外力 M が作用した場合について考えましょう。この場合モーメント外力 M は、右図のような内力 M_{CA}、M_{CB} に分割され、AC材、BC材の内力伝達を受けます。

内力 + M_{CA}、+ M_{CB} の値は、それぞれの材の剛比の割合により分割され、

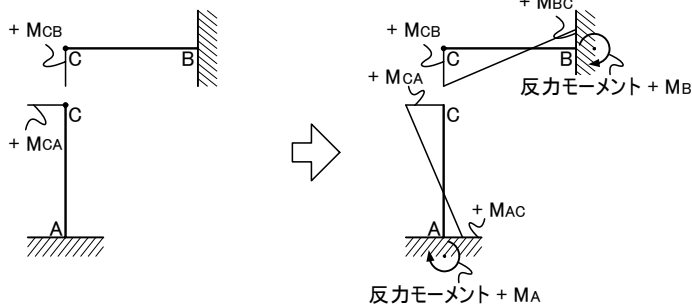
$$M_{CA} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \times + M$$

$$M_{CB} = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \times + M$$



このときの M_{CA}、M_{CB} を「分割モーメント」と呼びます。また、この分割式より、剛比の大きい材(強い材)の方へより多くの力が流れることが分かります。(力は強い方に流れる。)

となります。



そして、右図のように固定端の支点へと内力伝達されます。このとき、

$$M_{AC} = M_{CA} \times \frac{1}{2}$$

$$M_{BC} = M_{CB} \times \frac{1}{2}$$



このときの M_{AC}、M_{BC} を「到達モーメント」という。

となります。

また、反力モーメント M_A = 内力 M_{AC}、反力モーメント M_B = 内力 M_{BC} になります。

この考え方を「**固定モーメント法**」といいます。

有効剛比と到達率

条件	有効剛比	到達率
他端固定(通常) 	k	$\frac{1}{2}$
他端ピン 	$\frac{3}{4}k$	0
対称変形 	$\frac{1}{2}k$	-1 (逆向き)
逆対称変形 	$\frac{3}{2}k$	1

<参考> 両端固定梁に集中荷重及び等分布荷重がかかる時の固定端モーメントの算出方法

・集中荷重Pがかかる場合

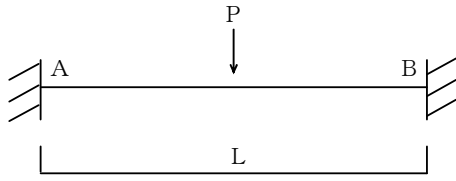


図1

図1を図2(a), 図2(b)に示すように, 単純梁と材端モーメントCに分割して考える.

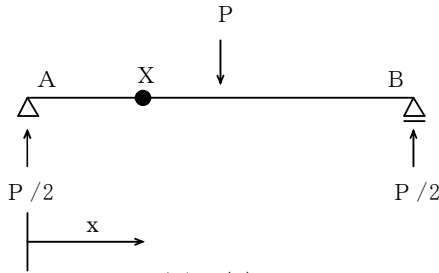


図2(a)



図2(b)

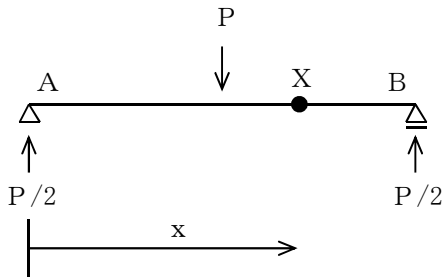


図2(a)'

(a) A点からの距離xにおけるモーメント $M_x(x)$ は次式で表される.

$$M_x(x) = -P/2 \cdot x \quad (0 \leq x \leq L/2) \quad \text{図2(a)参照}$$

$$M_x(x) = -P/2 \cdot x + P(x-L/2) = P/2 \cdot x - PL/2 \quad (L/2 \leq x \leq L) \quad \text{図2(a)'参照}$$

(b) 両端固定梁の曲げモーメント $M(x)$ は, 図2(a)と図2(b)を重ね合わせて求めることが出来る.

$$M(x) = -P/2 \cdot x + C \quad (0 \leq x \leq L/2)$$

$$M(x) = P/2 \cdot x - PL/2 + C \quad (L/2 \leq x \leq L)$$

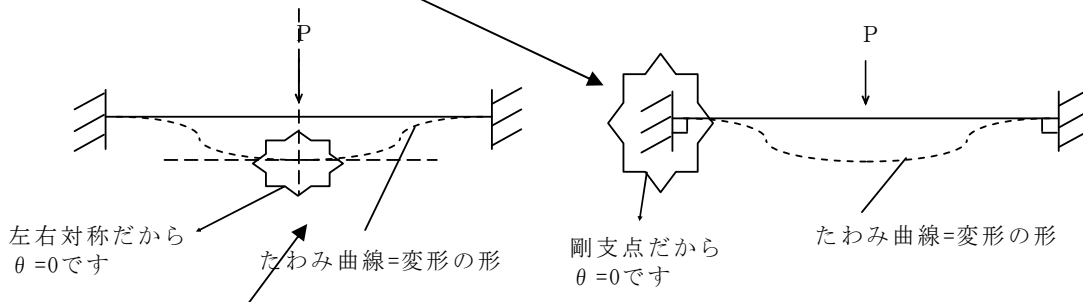
X点におけるたわみ角 θ_x は

$$\theta_x(x) = \int M(x)/2EI \cdot dx = 1/2EI \int (-P/2 \cdot x + C) dx$$

$$= 1/2EI \cdot (-P/4 \cdot x^2 + Cx + C1)$$

C1は積分定数

x=0のとき $\theta_x(0)$ よりC1=0



x=L/2のとき $\theta_x(L/2)=0$ より

$$\theta_x(L/2) = 1/2EI \cdot (-P/4 \cdot (L/2)^2 + C \cdot L/2) = 0$$

C=PL/8 → これが両端固定梁の中央に集中荷重Pがかかるときの材端モーメントCの値です!

注) 集中荷重Pがかかる場合は積分を用いなくても「モールの定理」という解法を使って材端モーメントCを算出することができます。

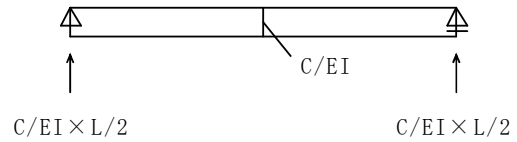
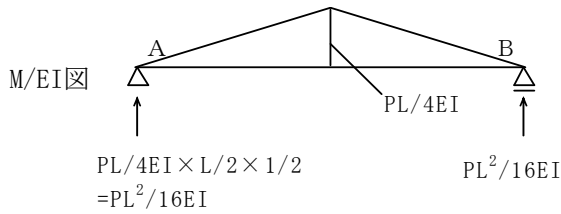
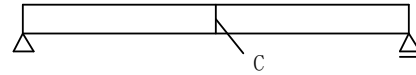
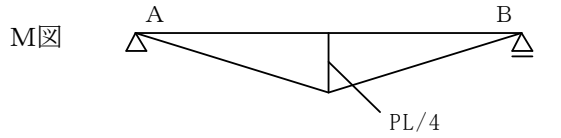
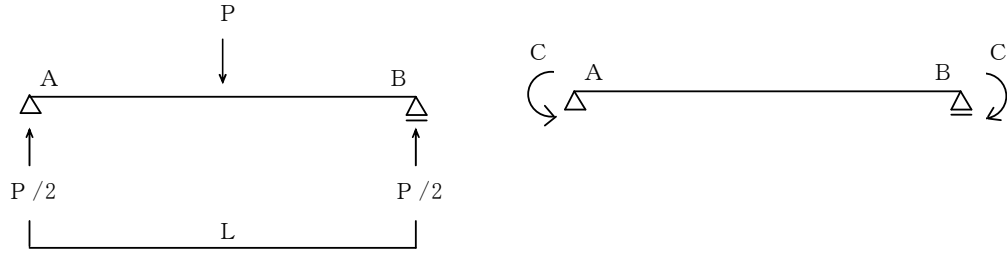


図 3 (a)

図 3 (b)

$Q_A = \theta_A(a) = PL^2/16EI$
これらが等しい
 $Q_A = \theta_A(b) = CL/2EI$

よって

$PL^2/16EI = CL/2EI$

$C = PL^2/16EI \times 2EI/L = PL/8$

→ これが両端固定梁の中央に集中荷重Pがかかるときの材端モーメントCの値です！

・等分布荷重 ω がかかる場合

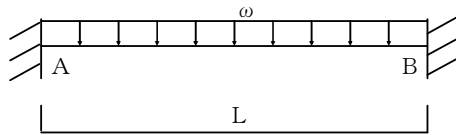


図 1

図 1 を図 2 (a), 図 2 (b) に示すように, 単純梁と材端モーメント C に分割して考える.

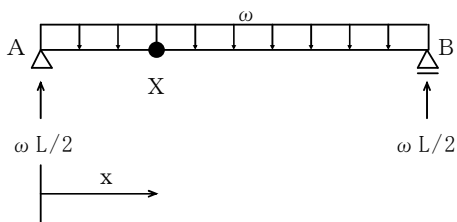


図 2 (a)

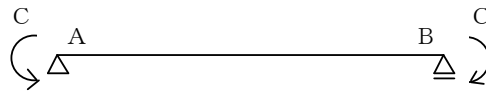


図 2 (b)

(a) A点からの距離 x におけるモーメント $M_x(x)$ は次式で表される.

$$M_x(x) = \omega x \cdot x/2 - \omega L/2 \cdot x = \omega/2 \cdot x^2 - \omega L/2 \cdot x$$

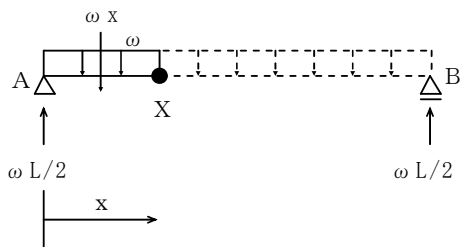


図 3

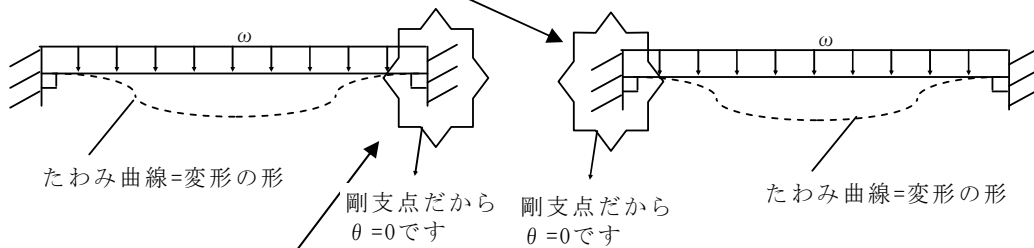
(b) 両端固定梁の曲げモーメント $M(x)$ は, 図 2 (a) と図 2 (b) を重ね合わせて求めることができる.

$$M(x) = \omega/2 \cdot x^2 - \omega L/2 \cdot x + C$$

X点におけるたわみ角 θ_x は

$$\begin{aligned} \theta_x(x) &= \int M(x)/2EI \cdot dx = 1/2EI \int (\omega/2 \cdot x^2 - \omega L/2 \cdot x + C) dx \\ &= 1/2EI \times (\omega/6 \cdot x^3 - \omega L/4 \cdot x^2 + Cx + C1) \end{aligned} \quad C1 \text{は積分定数}$$

$x=0$ のとき $\theta_x(0)$ より $C1=0$



$x=L$ (B端) のとき $\theta_x(L)=0$ より

$$\theta_x(L) = 1/2EI \times (\omega/6 \cdot L^3 - \omega L/4 \cdot L^2 + CL) = 0$$

$C = \omega L^2/12$ → これが両端固定梁の中央に等分布荷重 ω がかかるときの材端モーメント C の値です!