

力学 4 (崩壊荷重の過去問題)

1 シリーズ (3 ヒンジで崩壊 (梁タイプ))

問題コード 18021

図-1 のような荷重を受ける梁において、荷重 P を増大させたとき、その梁は図-2 のような崩壊メカニズムを示した。梁の崩壊荷重 P_u として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、梁の全塑性モーメントを M_p とする。

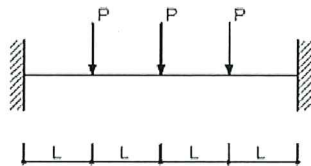


図-1

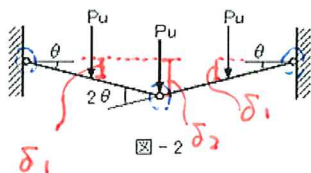
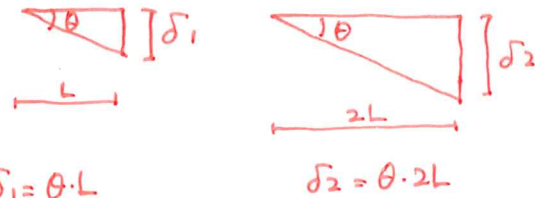


図-2

1. $\frac{M_p}{L}$
2. $\frac{4M_p}{3L}$
3. $\frac{2M_p}{L}$
4. $\frac{8M_p}{3L}$
5. $\frac{4M_p}{L}$

⑤ 「新たに発生したヒンジは3ヶ所」
→ Point ⑤



$\delta_1 = \theta \cdot L$

$\delta_2 = \theta \cdot 2L$

「外力にδが仕事」 = 「外力」 × 「移動距離」
→ Point ②

$$= P_u \times \theta L + P_u \times 2\theta L + P_u \times \theta L$$

$$= 4P_u \theta L$$

「内力にδが仕事」 = 「各部分の全塑性モーメント」 × 「回転角」
→ Point ②

$$= M_p \times \theta + M_p \times 2\theta + M_p \times \theta$$

$$= 4M_p \theta$$

$4P_u \theta L = 4M_p \theta$

$P_u = \frac{M_p}{L}$

2 シリーズ (4 ヒンジで崩壊 (ラーメンタイプ))

問題コード 28041

図-1 のような鉛直荷重 100kN、水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、水平荷重 P を増大させたとき、荷重 P_u で塑性崩壊に至り、図-2 のような崩壊機構を示した。 P_u の値を求めよ。ただし、柱、梁の全塑性モーメント M_p の値をそれぞれ 300kN・m、200kN・m とする。

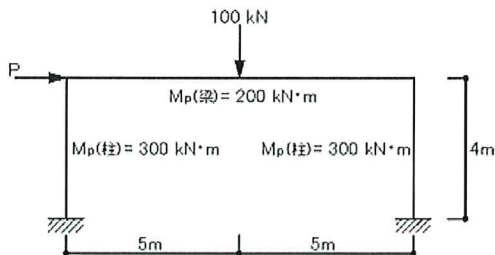


図-1

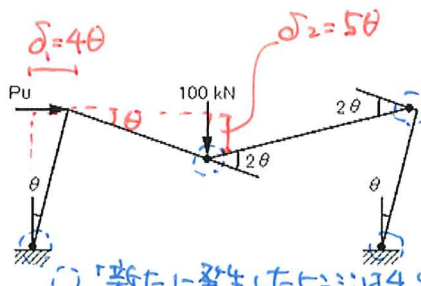


図-2

⑤ 「新たに発生したヒンジは4ヶ所」 → Point ⑤

④ $P_u \times 4\theta + 100 \times 5\theta$

⑤ $300 \times \theta + 200 \times 2\theta + 200 \times 2\theta + 300 \times \theta$
 $= 1400 \theta$

$4P_u \theta + 500 \theta = 1400 \theta$

$4P_u = 1400 - 500$
 $= 900$

$P_u = \underline{\underline{225}}$

2シリーズ (4 ヒンジで崩壊 (ラーメンタイプ, 水平外力のみ))

問題コード 14041

図-1 のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、水平荷重 P を増大させたとき、そのラーメンは、図-2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値を求めよ。ただし、柱、はりの全塑性モーメント M_p の値をそれぞれ $400\text{kN}\cdot\text{m}$ 、 $200\text{kN}\cdot\text{m}$ とし、部材に作用する軸力及びせん断力による部材の曲げ耐力の低下は無視するものとする。

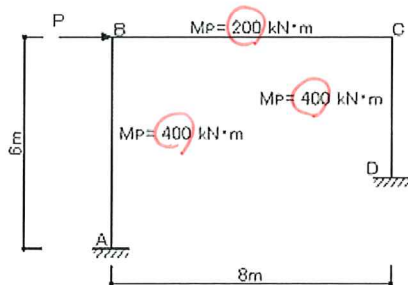


図-1

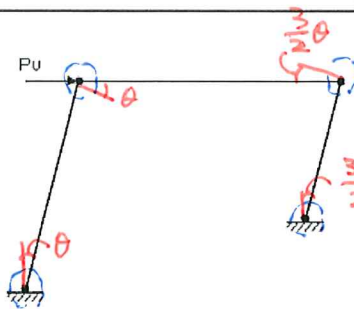


図-2

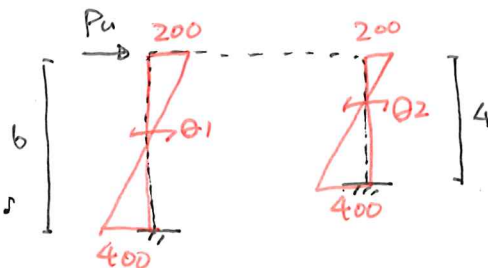
○「新たに発生したヒンジは4ヶ所」

○A点の回転角 θ と仮定した時に

B点 " 2θ

C点とD点の回転角が $\frac{3\theta}{2}$ とするとは大丈夫ですか？

→「14041」の解説参照.



演習問題としてやってみよう♪

問題コード 02041

図-1 のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、 P を増大させたとき、そのラーメンは、図-2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ $400\text{kN}\cdot\text{m}$ 、 $200\text{kN}\cdot\text{m}$ とする。

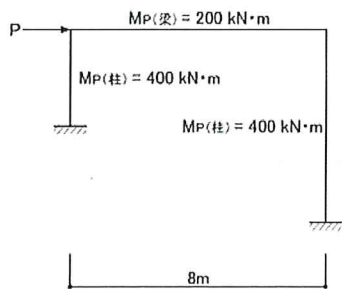


図-1

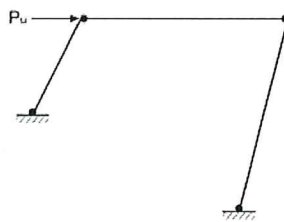


図-2

1. 200 kN
2. 300 kN
3. 400 kN
4. 600 kN

$$Q_1 = \frac{400 + 200}{6}$$

$$= \frac{600}{6}$$

$$= 100$$

$$P_u = Q_1 + Q_2$$

$$= 100 + 150$$

$$= 250$$

→ //

$$Q_2 = \frac{400 + 200}{4}$$

$$= \frac{600}{4}$$

$$= 150$$

解説:

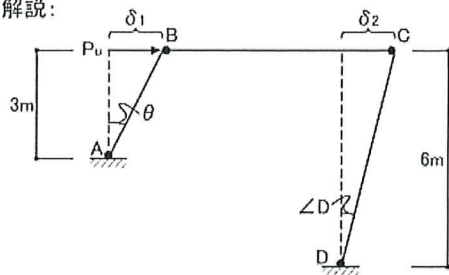


図 - a

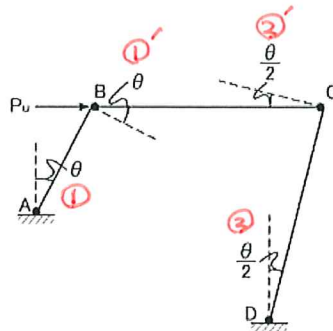
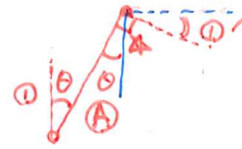
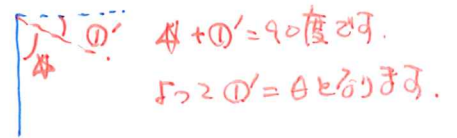


図 - b

①と①', ②と②'が同じ点になる
ついで



①はthetaと等しく、②はtheta/2と等しく可(虚角)



②と②'も同様=考えればOK
と等しく可.

図-aのように、A点の回転角を θ 、D点の回転角を $\angle D$ とすると

$$\delta_1 = 3\theta \quad , \quad \delta_2 = 6\angle D$$

$$\delta_1 = \delta_2 \text{ より,}$$

$$3\theta = 6\angle D$$

$$\therefore \angle D = \frac{\theta}{2} \quad (\text{図-b})$$

→ Point ④

よって、

外力による仕事 (W_e) = 「力 × 移動距離」の総和

$$= P_u \times 3\theta$$

$$\text{内力による仕事 (} W_i \text{)} = 400\theta + 200\theta + 200 \times \frac{\theta}{2} + 400 \times \frac{\theta}{2}$$

$$= 900\theta$$

$$P_u \times 3\theta = 900\theta$$

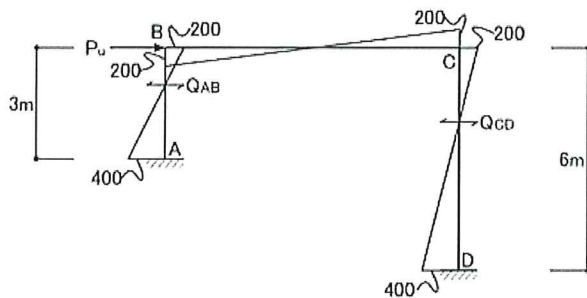
$$P_u = 300 \text{ kN}$$

解答: 2

別解:

曲げモーメント図より、 P_u を求める。

架構の曲げモーメント図は、下图のようになる。



柱AB、柱CDのせん断力を Q_{AB} 、 Q_{CD} とすると、

$$P_u = Q_{AB} + Q_{CD} \quad \text{となる。}$$

$$Q_{AB} = \frac{400 + 200}{3} = 200$$

$$Q_{CD} = \frac{400 + 200}{6} = 100$$

$$P_u = Q_{AB} + Q_{CD}$$

$$= 300 \text{ kN}$$

問題コード 20041

図-1のようなラーメンに作用する荷重Pを増大させたとき、そのラーメンは図-2のような崩壊メカニズムを示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u を求めよ。
ただし、柱、梁の全塑性モーメントをそれぞれ $3M_p$ 、 $2M_p$ とする。

$$\begin{aligned}
 P_u &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\
 &= \frac{3M_p + 2M_p}{2L} + \frac{3M_p + 3M_p}{2L} \\
 &\quad + \frac{3M_p + 2M_p}{L} \\
 &= \frac{5M_p + 6M_p + 10M_p}{2L} \\
 &= \frac{21M_p}{2L}
 \end{aligned}$$

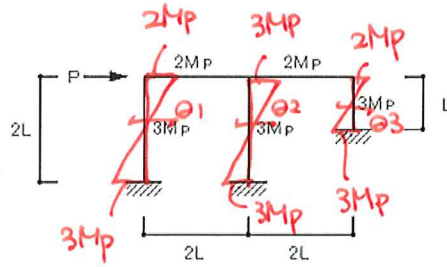


図-1

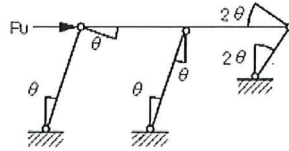
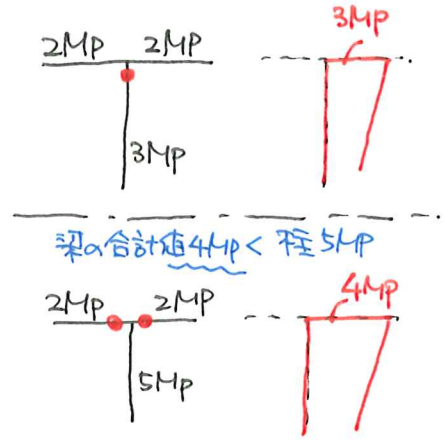


図-2

梁の合計値 $4M_p > 柱 3M_p$



解説:

図-2の崩壊機構より

外力による仕事(W_e) = 「力 × 移動距離」の総称
 $= P_u \times \delta$
 $= P_u \times 2L\theta$

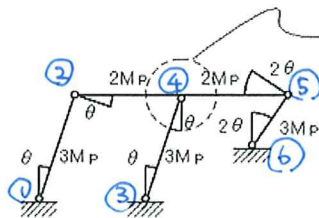
内力による仕事(W_i) = 「モーメント × 回転角」の総称
 $= 3M_p \times \theta + 2M_p \times \theta + 3M_p \times \theta + 3M_p \times \theta + 2M_p \times 2\theta + 3M_p \times 2\theta$
 $= 21M_p\theta$

外力による仕事(W_e) = 内力による仕事(W_i)より

$$P_u \times 2L\theta = 21M_p\theta$$

$$P_u = \frac{21M_p}{2L}$$

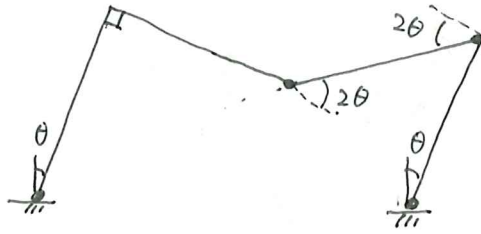
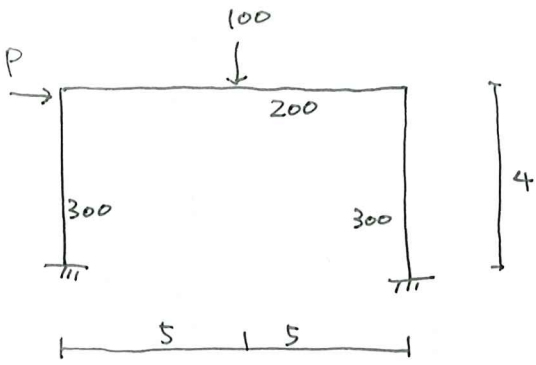
解答: $P_u = \frac{21M_p}{2L}$



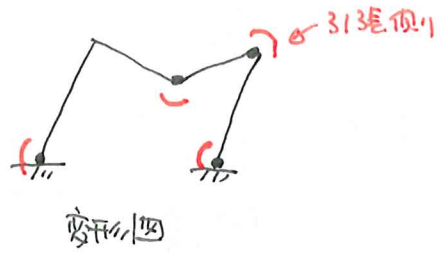
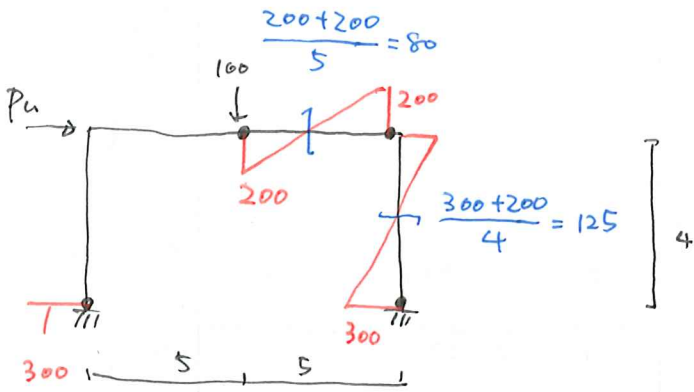
柱の両側に梁がある場合、
梁の全塑性モーメントの合計
($2M_p + 2M_p = 4M_p$)と
柱の全塑性モーメント $3M_p$ の
小さい方に塑性ヒンジは発生する

28041

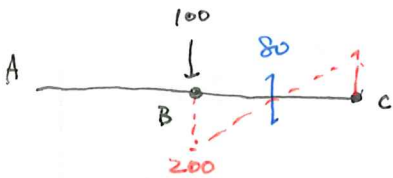
別解: 力の釣合を以て考へる.



出題時の曲げモーメントを考へる.



梁を以て考へる



上下方向の力の釣合より
外力100と釣合を以ては
A-B間のせん断力が200
あるは良い.

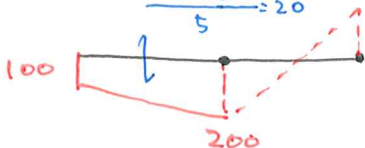
A点の曲げモーメントを M_A とすれば

$$\frac{M_A + 200}{5} = 20$$

$$M_A + 200 = 100$$

$$M_A = -100.$$

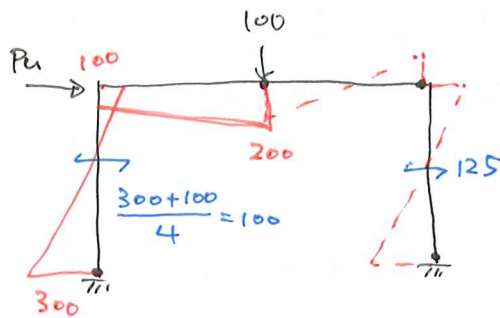
$$\frac{-100 + 200}{5} = 20$$



深B点の曲げモーメントは下側100

↓

柱頭B点の曲げモーメントは右側100



水平方向の力の釣合より

$$P_u = 100 + 125$$

$$= 225$$