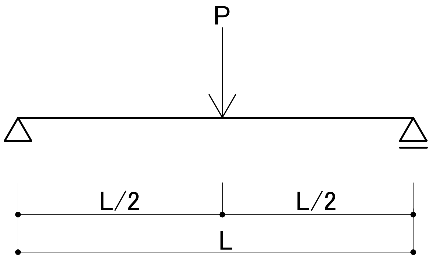
学科Ⅳ　構造科目

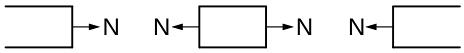
# 01．静定構造物

（重要ポイント説明）

# モーメント図・せん断力図・軸力図の描き方

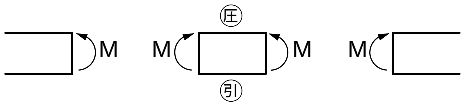


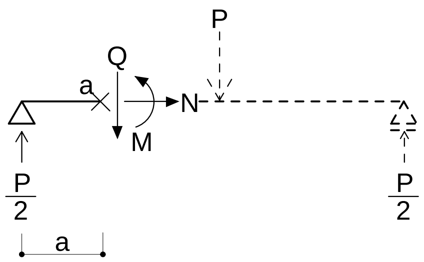

・軸力Nの正の向き

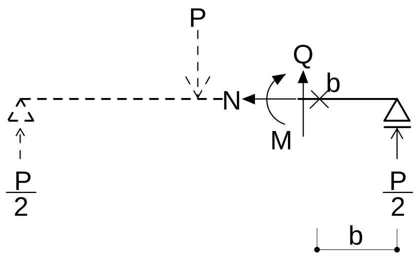



・せん断力Qの正の向き


・モーメントMの正の向き




右向き・上向きを正

・X方向

$+N = 0 \longrightarrow N = 0$

・Y方向

$+\dfrac{P}{2} - Q = 0 \longrightarrow Q = \dfrac{P}{2}$

・a点でのM　$\left(0 \leqq a \leqq \dfrac{L}{2}\right)$

$+\dfrac{P}{2} \times a - M = 0 \longrightarrow M = \dfrac{P \times a}{2}$

・X方向

$-N = 0 \longrightarrow N = 0$

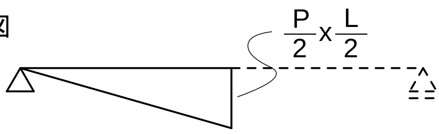
・Y方向

$+Q + \dfrac{P}{2} = 0 \longrightarrow Q = -\dfrac{P}{2}$

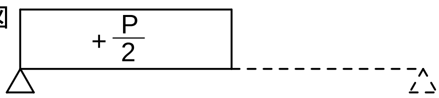
・b点でのM　$\left(0 \leqq b \leqq \dfrac{L}{2}\right)$

$+M - \dfrac{P}{2} \times b = 0 \longrightarrow M = \dfrac{P \times b}{2}$

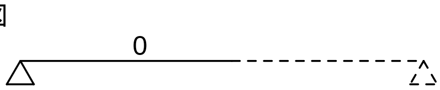
M図



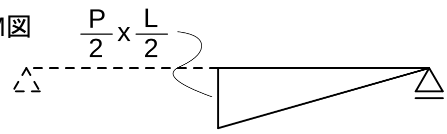

Q図



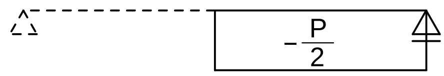

N図



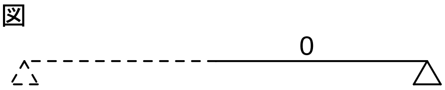

M図

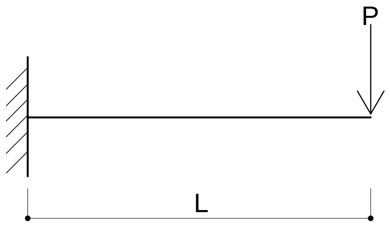


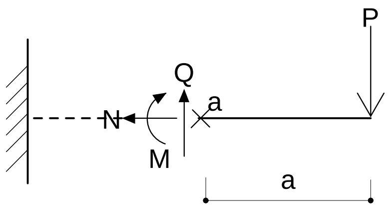

Q図




N図






・X方向

$-N = 0 \longrightarrow N = 0$

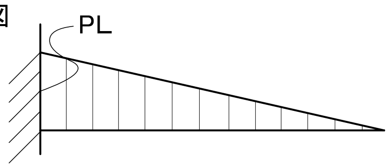
・Y方向

$+Q - P = 0 \longrightarrow Q = +P$

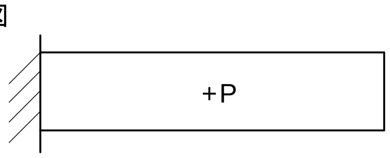
・a点でのM　（0≦a≦ L）

$+M + Pa = 0 \longrightarrow M = -Pa$

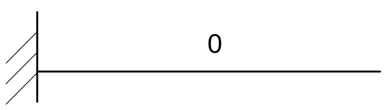
M図

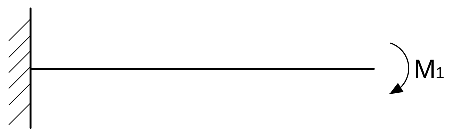


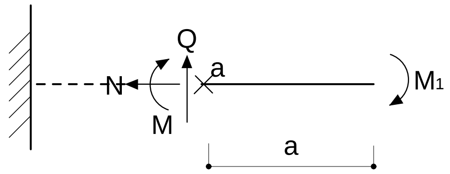

Q図




N図




・X方向

$-N = 0$

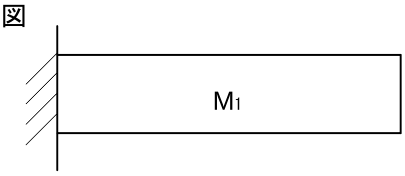
・Y方向

$+Q = 0$

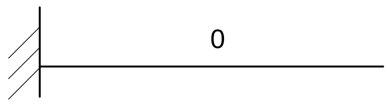
・a点でのM　（0≦a≦ L）

$+M + M_1 = 0 \longrightarrow M = -M_1$

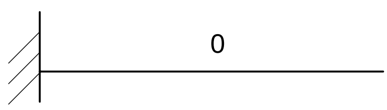
M図




Q図

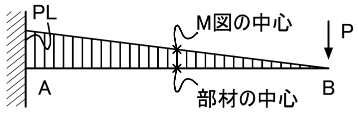



N図

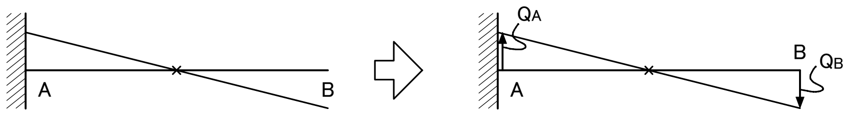


## Q図変換

「M図のイメージの仕方」については前回解説しました. 今回は M図 から Q図をイメージできるようになりましょう.

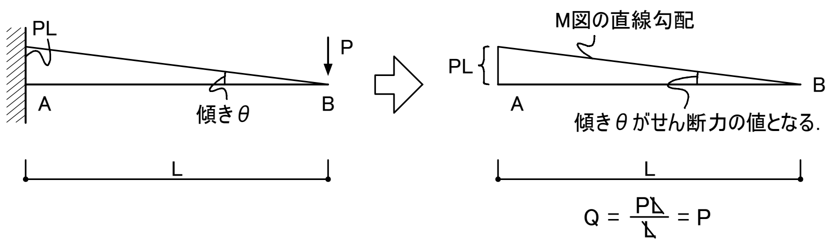


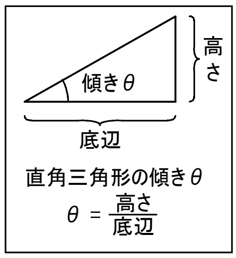

先程の片持ばりの M図 に対し, Q図 がどのように発生するか考える場合, 下図のように「M図 の中心」と「部材の中心」とを重ね合わせます.



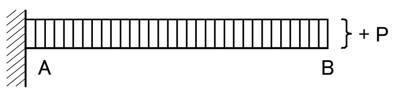

次に右図のように材端から M図 へと力 $Q_A$ , $Q_B$を描きます. この $Q_A$, $Q_B$は, 部材AB を時計回りに回転させようとします. その場合, 部材AB に発生するせん断力Qの応力符号は, 「＋(プラス)」となります. (逆に部材を反時計回りに回転させるようにする場合, 応力符号は, 「ー(マイナス)」となる. )

また, M図の直線勾配が一定である部材間のせん断力は一定となり, その値はM図の傾きとなります. (下図参照)



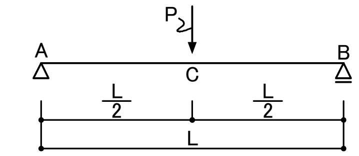




右図のように M図 の傾き = $\frac{PL}{L}$ = P となり, AB間に発生するせん断力はQの値は, Q = P とわかる.

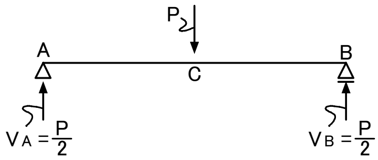



よって, Q図 は上図のようになる. これは先程の「外力系・内力系の釣り合い」から求めた Q図 と等しい. この M図 から Q図 を求める方法を, ここでは, 「Q図変換」と呼びます.

**例題. 1**

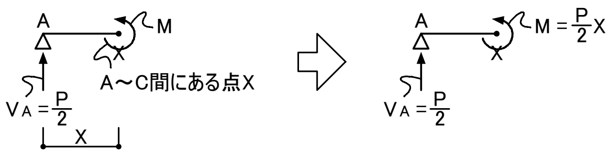



上図のような単純ばりについて，M図，Q図を求めよ.




外力系の釣り合いを解くと上図のようになる.

「曲げ応力」について考えると，A～C間において，「内力系の釣り合い」に作用する外力系は $V_A=\frac{P}{2}$ によるモーメント外力，$M_A=+\frac{P}{2}\times X$ のみであるため，A～C間の各点において発生する曲げ応力には一定の法則がある.



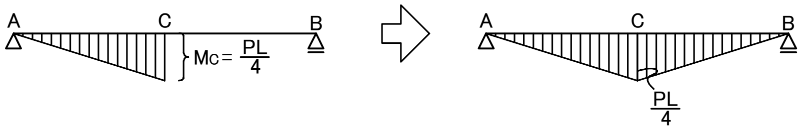

上図の 点X における「曲げ応力の内力系の釣り合い」を解くと，

$$\Sigma M_X = +\frac{P}{2}\times X - M = 0 \text{ より}$$

$$M = +\frac{P}{2}X \text{ とわかる．（右図参照）}$$

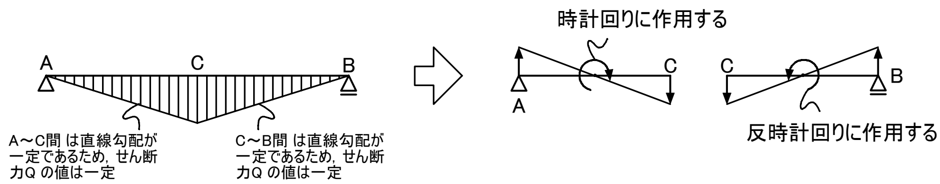
C点の曲げ応力を $M_C$とすると，

$$M_C = \frac{P}{2}\times\frac{L}{2} = \frac{PL}{4}$$

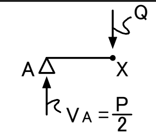



B点の曲げ応力 $M_B$は $M_A$同様，0 であるため，M図 は右図のようになります.

次に Q図 について考える.

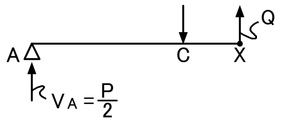


Q図変換すると右図のようになる．A～C間は部材を時計回りに回転させるように作用するため，応力符号は「+（プラス）」となる．



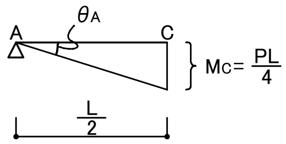

「Q図変換」によりA～C間 においては，上図のようにせん断力（Q）が発生することもわかる．

C～B間は部材を反時計回りに回転させるように作用するため，応力符号は「−（マイナス）」となる．




「Q図変換」によりC～B間 においては，上図のようにせん断力（Q）が発生することもわかる．

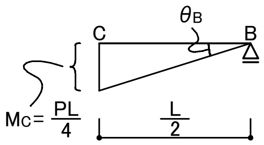
次にQの値を求める．




A～C間における M図 の傾き$\theta_A$は

$\theta_A = \frac{PL}{4} \times \frac{2}{L} = \frac{P}{2}$ （上図参照）

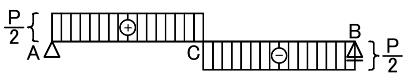
∴ A～C間に発生するせん断力Qは $Q = \frac{P}{2}$




C～B間における M図 の傾き$\theta_B$は

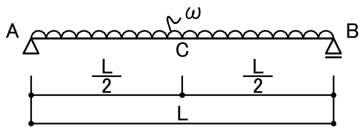
$\theta_B = \frac{PL}{4} \times \frac{2}{L} = \frac{P}{2}$ （上図参照）

∴ C～B間に発生するせん断力Qは $Q = \frac{P}{2}$

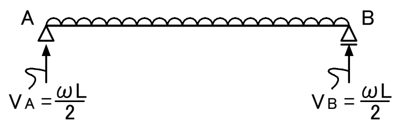


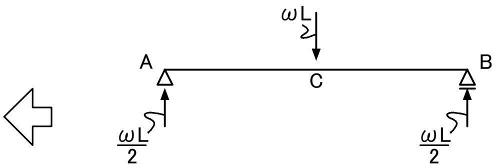

Q図は上図のようになる．

例題. 2




上図のような単純ばりについて，M図，Q図を求めよ.

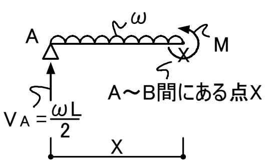


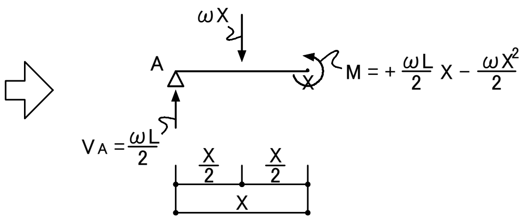




外力系の釣り合いを解くと上図のようになる.

上図のように置き換えて考える.

「曲げ応力」について考えると，A～B間にある任意の点Xにおいて，「内力系の釣り合い」に作用する外力系は $V_A=\frac{\omega L}{2}$ によるモーメント外力，$M_X=+\frac{\omega L}{2}\times X$ と，等分布荷重 ωXによるモーメント外力 $M_X=-\omega X\times\frac{\omega L}{2}$ のみであるため，A～B間の各点において発生する曲げ応力には一定の法則がある.（下図参照）




上図の 点X における「曲げ応力の内力系の釣り合い」を解くと，

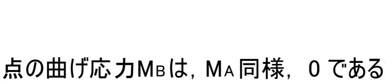
$$\Sigma M_X=+\frac{\omega L}{2}\times X-\omega X\times\frac{X}{2}-M=0 \text{ より}$$

$$M=+\frac{\omega L}{2}X-\frac{\omega X^2}{2} \text{ とわかる.（右図参照）}$$

C点の曲げ応力を $M_C$ とすると，$X=\frac{L}{2}$ より，

$$M_C=+\frac{\omega L^2}{4}-\frac{\omega L^2}{8}=+\frac{\omega L^2}{8}$$

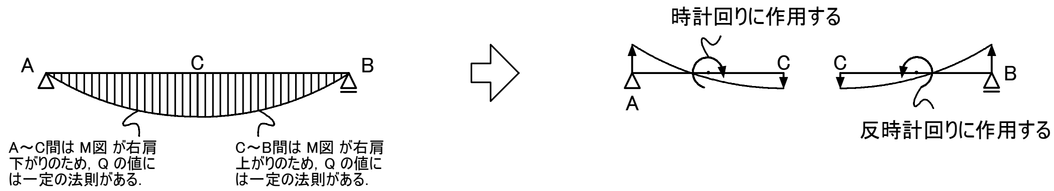
符号は「+(プラス)」となり，仮定した向き（反時計回り：上図参照）に，曲げ応力は作用するため部材は下側が引張となる.





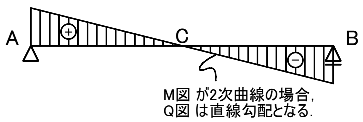
B点の曲げ応力$M_B$は，$M_A$同様， 0 であるため，M図は右図のようになります.

次に Q図について考える.



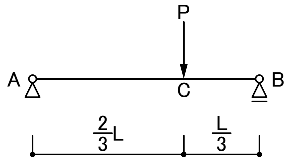

Q図 変換すると右図のようになる. A～C間は部材を時計回りに回転させるように作用するため, 応力符号は「+ (プラス)」となる.

C～B間は部材を反時計回りに回転させるように作用するため応力符号は「– (マイナス)」となる.

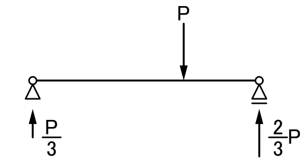



Q図は上図のようになる.

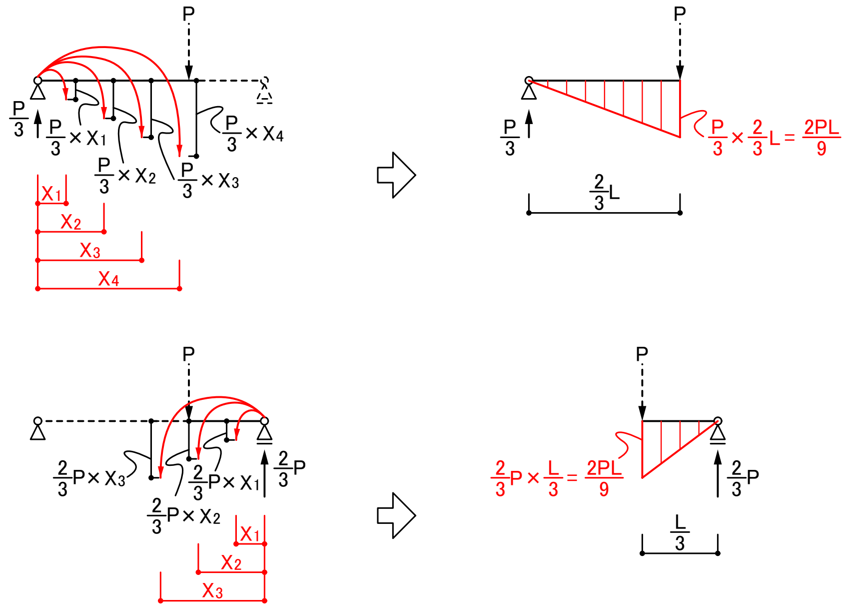
## □ 曲げモーメント図の描き方（単純梁）



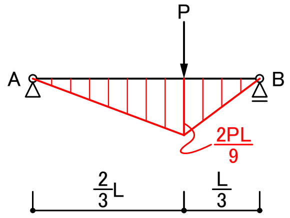

1. 支点反力を計算する.



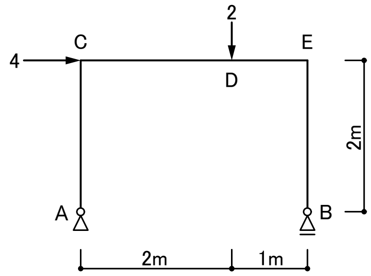

2. 支点反力と外力の生じている部分を考える.



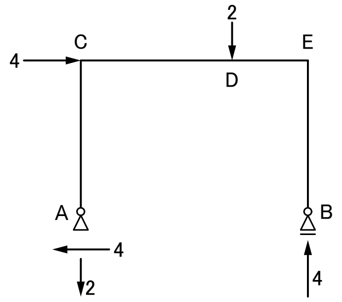

3. 左右を合わせると



# □　曲げモーメント図の描き方（門形ラーメン）

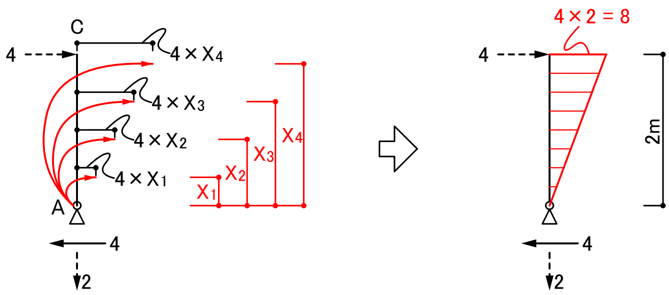



1.　支点反力を計算する.

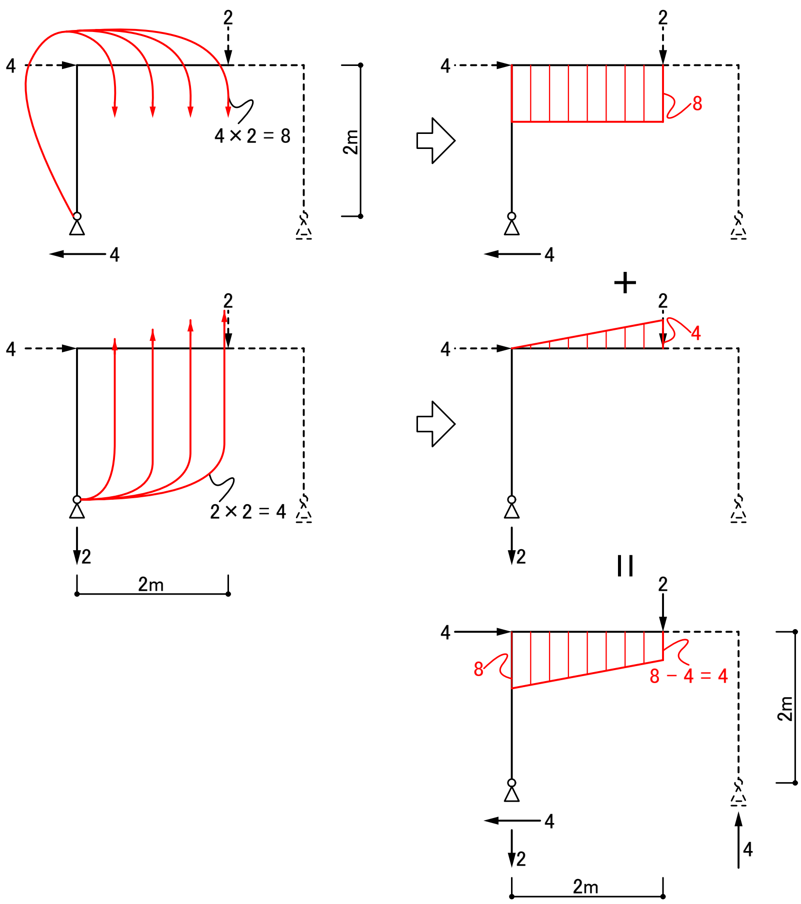



2.　支点反力と外力の生じている部分を考える.

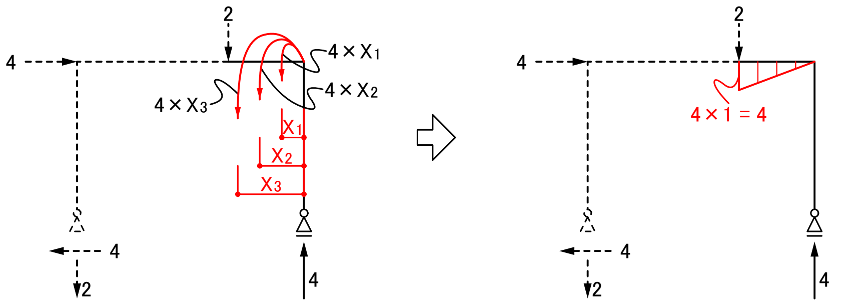
柱



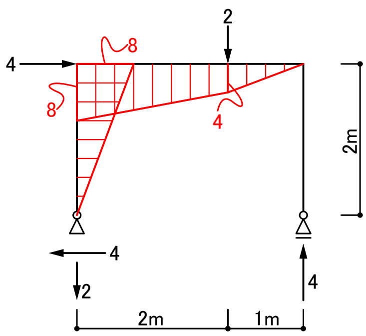

梁 左



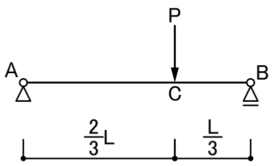
梁 右



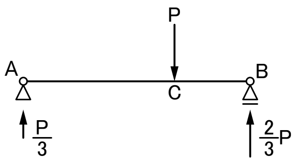

3.　全てを合わせると



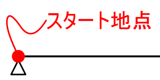

## □　せん断力図の描き方（単純梁）

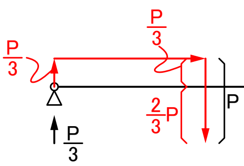


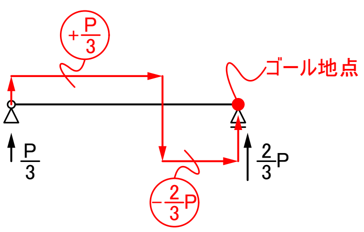

1.　支点反力を計算する.



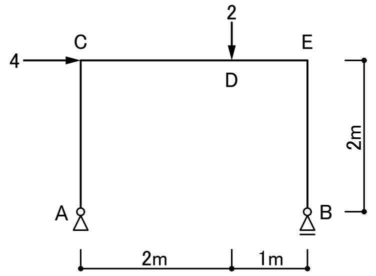

2.　左側から一筆描きをする.



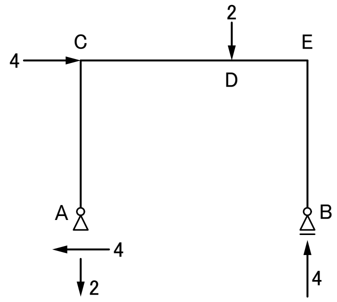





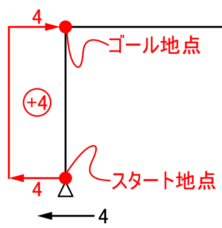
## □　せん断力図の描き方（門形ラーメン）

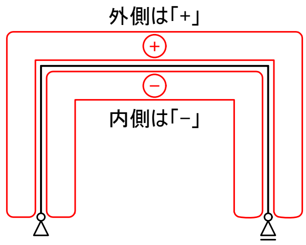


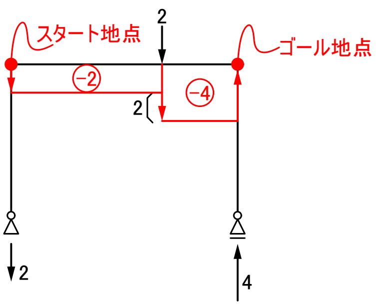

1.　支点反力を計算する.



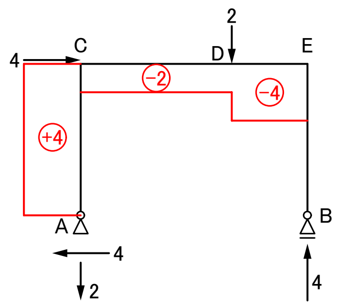

2.　左下から柱と梁とを分けて一筆描きする.



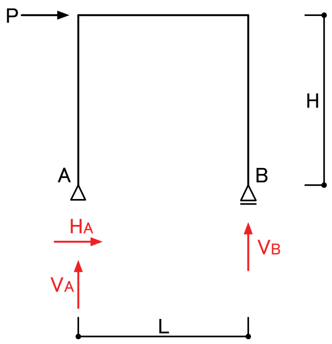




3.　全てを合わせると



## ○ 外力系の力の釣り合い




・横方向に移動しない( $\Sigma X = 0$ )

$+P + H_A = 0$

・縦方向に移動しない( $\Sigma Y = 0$ )

$+V_A + V_B = 0$

・ある点に注目して回転しない( $\Sigma M = 0$ )

A点に注目する場合は,

$\Sigma_A M = +PH - V_B L = 0$

① 支点反力の向き

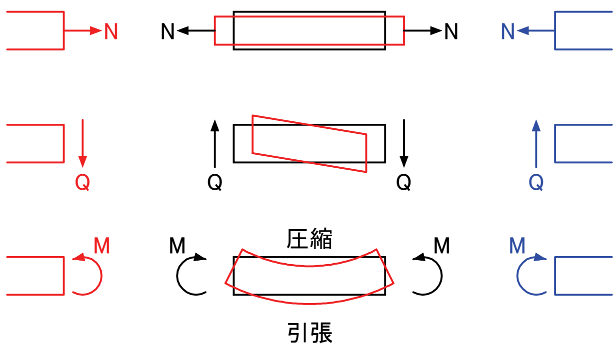
右向き,上向きを「正の向き」とする.

② 実際の計算式において

右向き,上向き,時計まわりを「正の向き」とする.

---

## ○ 内力系の力の釣り合い




〔内力の正の向き〕

① 内力の向き

下記の4パターンのうちの1つが「内力の正の向き」となる.

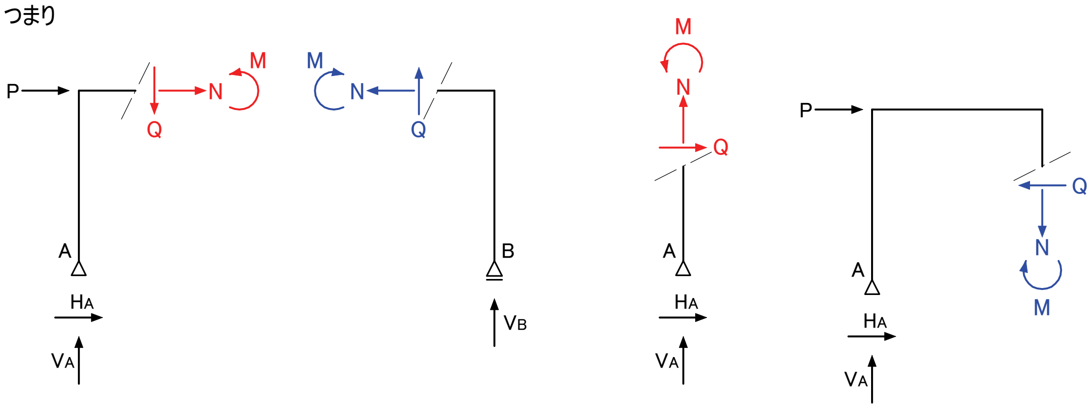
||

常に右向き,上向き,時計まわりが正であるわけではない.

② 実際の計算式において

右向き,上向き,時計まわりを「正の向き」とする.

つまり




が内力の正の向きとなる.