学科Ⅳ　構造科目

01．不静定構造物

（重要ポイント説明）

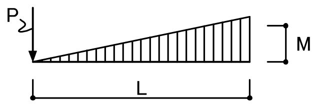
さて，M_{CA}，M_{CB}の値はすぐに求められますか？

キャンチ系であるため，

$M_{CA}=\dfrac{M}{L}\times a$

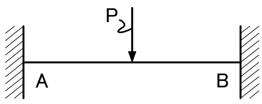
$M_{CB}=\dfrac{M}{L}\times b$

となります．

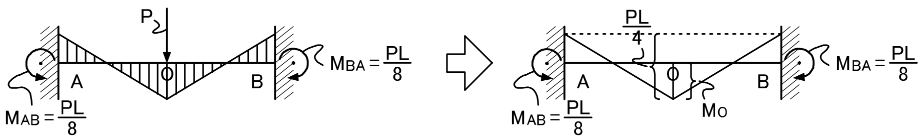


上図のような「キャンチ系」の M の値は，M＝P × L となる．

不静定構造物の暗記事項



上図の「不静定ばり」の M図は下図のようになります．



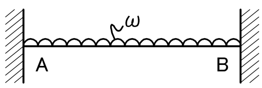
上図の「固定端」におけるモーメント反力 $\frac{PL}{8}$ は暗記しておいて下さい．

また，右図のはり中央部におけるモーメント内力を M_O とすると，

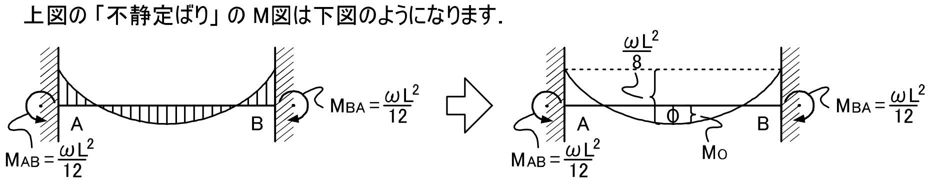
M_O＝「集中荷重が作用する単純ばり中央部のモーメント」－「固定端モーメント」

$=\dfrac{PL}{4}-\dfrac{PL}{8}=\dfrac{PL}{8}$

となります．この考え方も覚えておいて下さい．



上図の「不静定ばり」の M図は下図のようになります．



上図の「固定端」におけるモーメント反力 $\frac{\omega L^2}{12}$ は暗記しておいて下さい．

また，右図のはり中央部におけるモーメント内力を M_O とすると，

M_O＝「等分布荷重が作用する単純ばり中央部のモーメント」－「固定端モーメント」

$=\dfrac{\omega L^2}{8}-\dfrac{\omega L^2}{12}=\dfrac{\omega L^2}{24}$

となります．この考え方も覚えておいて下さい．

この集中荷重，等分布荷重による「不静定ばり」材の固定端モーメント

$M=\dfrac{PL}{8}$

$M=\dfrac{\omega L^2}{12}$

は「端(ハ し)を自由に(ジュウニ)固定する．」と語呂で覚える．
（ハ：8，ジュウニ：12）

剛度（K）

$$K = \frac{I}{L}$$

I： 断面2次モーメント
L： 材の長さ

剛度とは単位長さあたりの「断面2次モーメント」であり，材の強さ，堅さを表します．

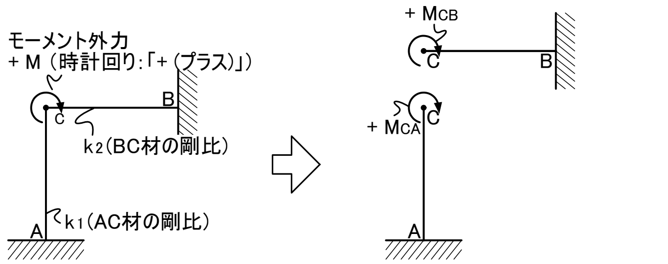
剛比（k）

$$k = \frac{K}{k_O}$$

K： 剛度
k_O： 標準剛度

任意の剛度を「標準剛度」と設定し，「標準剛度」と各材の剛度との比が剛比となる．

固定モーメント法



上図のような不静定構造物にモーメント外力 M が作用した場合について考えましょう．この場合モーメント外力 M は，右図のような内力M_{CA}，M_{CB} に分割され，AC材，BC材の内力伝達を受けます．

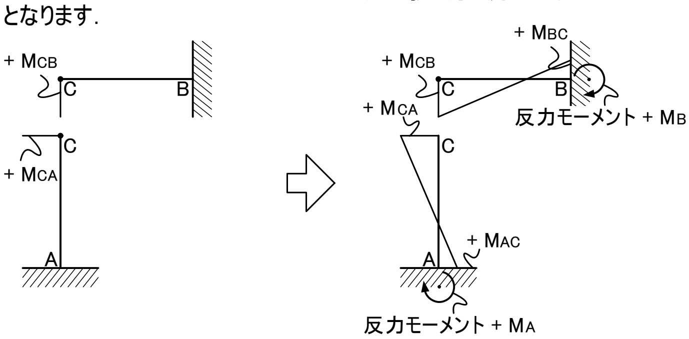
内力 + M_{CA}，+ M_{CB} の値は，それぞれの材の剛比の割合により分割され，

$$M_{CA} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \times +M$$

$$M_{CB} = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \times +M$$

となります．

このときの M_{CA}，M_{CB}を「分割モーメント」と呼びます．また，この分割式より，剛比の大きい材（強い材）の方へより多くの力が流れることが分かります．（力は強い方に流れる．）



そして，右図のように固定端の支点へと内力伝達されます．このとき，

$$M_{AC} = M_{CA} \times \frac{1}{2}$$

$$M_{BC} = M_{CB} \times \frac{1}{2}$$

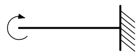
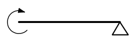
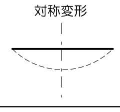
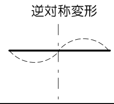
となります．

このときの M_{AC}，M_{BC}を「到達モーメント」という．

また，反力モーメント M_A = 内力M_{AC}，反力モーメント M_B = 内力M_{BC} になります．

この考え方を「固定モーメント法」といいます．

有効剛比と到達率

条件	有効剛比	到達率
他端固定（通常） 	k	$\frac{1}{2}$
他端ピン 	$\frac{3}{4}k$	0
対称変形 	$\frac{1}{2}k$	−1（逆向き）
逆対称変形 	$\frac{3}{2}k$	1

<参考>両端固定梁に集中荷重及び等分布荷重がかかる時の固定端モーメントの算出方法

・集中荷重Pがかかる場合

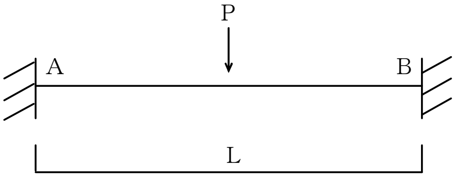


図1

図1を図2(a)，図2(b)に示すように，単純梁と材端モーメントCに分割して考える.

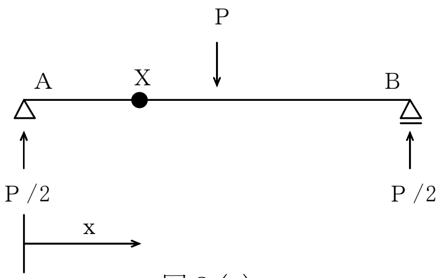


図2(a)

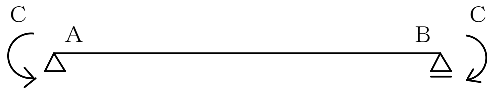


図2(b)

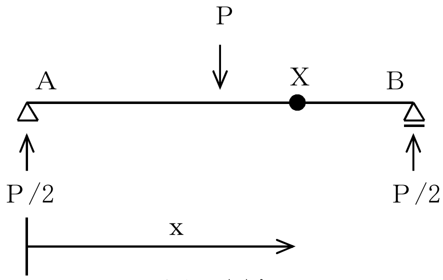


図2(a)’

(a)A点からの距離xにおけるモーメントMx(x)は次式で表される.

$Mx(x)=-P/2\cdot x \quad (0 \leqq x \leqq L/2)$ 図2(a)参照

$Mx(x)=-P/2\cdot x+P\ (x-L/2)\ =P/2\cdot x-PL/2 \quad (L/2 \leqq x \leqq L)$ 図2(a)’参照

(b)両端固定梁の曲げモーメントM(x)は，図2(a)と図2(b)を重ね合わせて求めることが出来る.

$M(x)=-P/2\cdot x+C \quad (0 \leqq x \leqq L/2)$

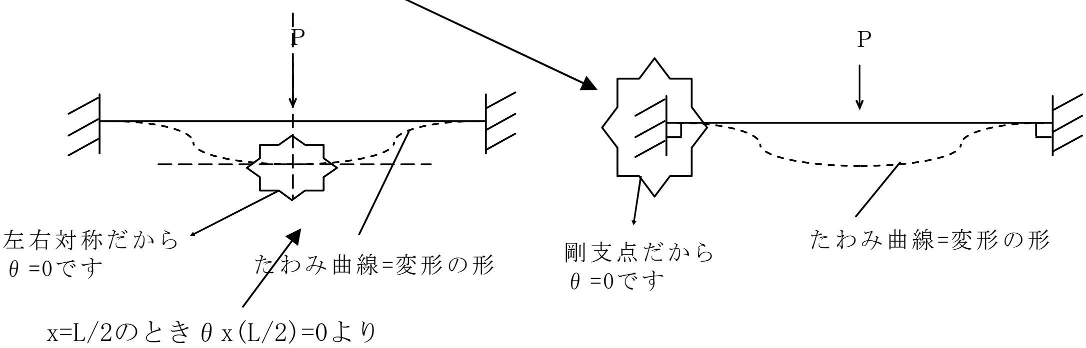
$M(x)=P/2\cdot x-PL/2+C \quad (L/2 \leqq x \leqq L)$

X点におけるたわみ角θxは

$\theta x(x)=\int M(x)/2EI\cdot dx \ =1/2EI\int(-P/2\cdot x+C)\ dx$

$=1/2EI\cdot(-P/4\cdot X^2+Cx+C1)$ C1は積分定数

x=0のときθx(0)よりC1=0



x=L/2のときθx(L/2)=0より

$\theta x(L/2)\ =1/2EI\cdot(-P/4\cdot(L/2)^2+C\cdot L/2)\ =0$

C=PL/8 ⟶ これが両端固定梁の中央に集中荷重Pがかかるときの材端モーメントCの値です！

注）　集中荷重Ｐがかかる場合は積分を用いなくても「モールの定理」という解法を使って
材端モーメントＣを算出することが出来ます.

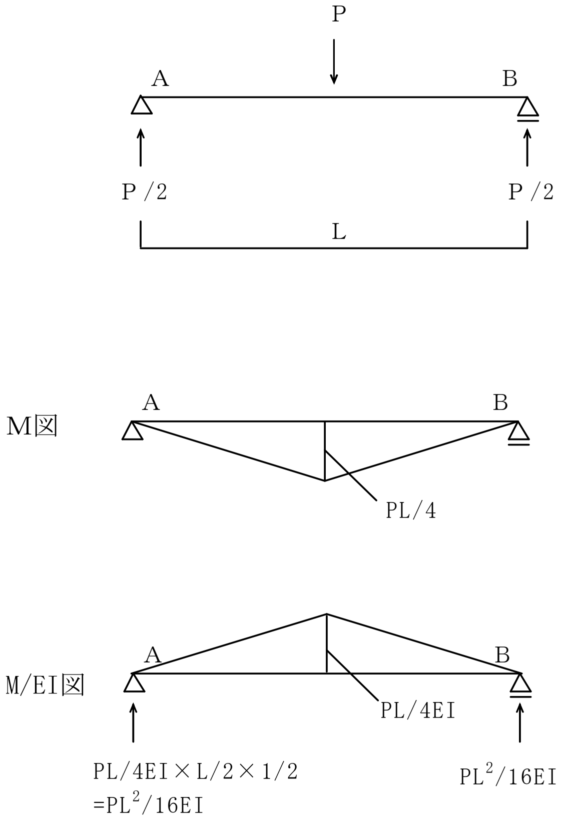


図３(a)

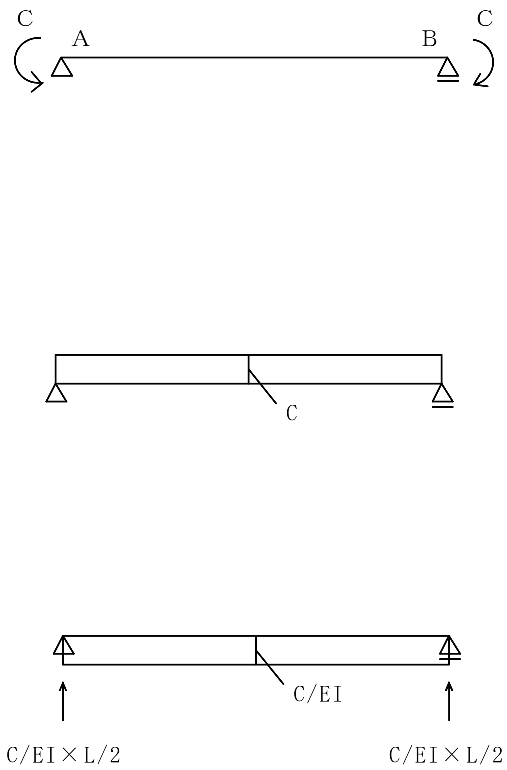


図３(b)

$Q_A=\theta_A(a)=PL^2/16EI$ ← $\boxed{\text{これらが等しい}}$ → $Q_A=\theta_A(b)=CL/2EI$

よって

$PL^2/16EI=CL/2EI$

$C=PL^2/16EI\times 2EI/L=PL/8$ → これが両端固定梁の中央に集中荷重Ｐがかかるときの材端モーメントＣの値です！

・等分布荷重ωがかかる場合

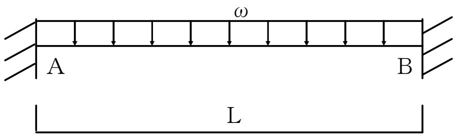


図１

図１を図２(a)，図２(b)に示すように，単純梁と材端モーメントＣに分割して考える.

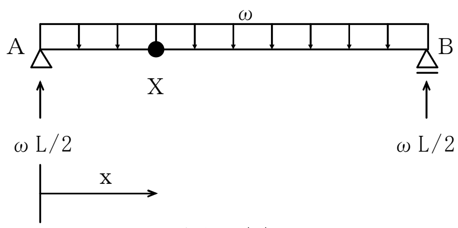


図２(a)

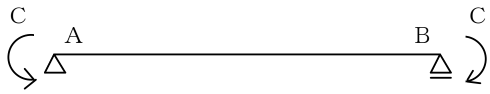


図２(b)

(a)Ａ点からの距離xにおけるモーメントMx(x)は次式で表される.

$Mx(x) = \omega x \cdot x/2 - \omega L/2 \cdot x = \omega/2 \cdot x^2 - \omega L/2 \cdot x$

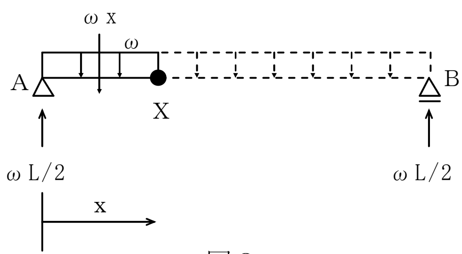


図３

(b)両端固定梁の曲げモーメントM(x)は，図２(a)と図２(b)を重ね合わせて求めることが出来る.

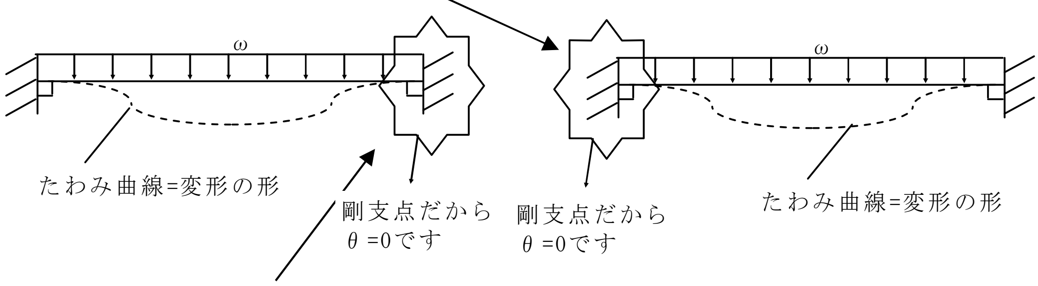
$M(x) = \omega/2 \cdot x^2 - \omega L/2 \cdot x + C$

X点におけるたわみ角θxは

$\theta x(x) = \int M(x)/2EI \cdot dx \quad = 1/2EI \int (\omega/2 \cdot x^2 - \omega L/2 \cdot x + C)\ dx$

$\quad = 1/2EI \times (\omega/6 \cdot x^3 - \omega L/4 \cdot x^2 + Cx + C1)$　　C1は積分定数

x=0のときθx(0)よりC1=0



x=L（B端）のときθx(L)=0より

$\theta x(L) = 1/2EI \times (\omega/6 \cdot L^3 - \omega L/4 \cdot L^2 + CL) = 0$

$C = \omega L^2/12$ ⟶ これが両端固定梁の中央に等分布荷重ωがかかるときの材端モーメントＣの値です！