一級建築士学科試験対策 オンライン講義

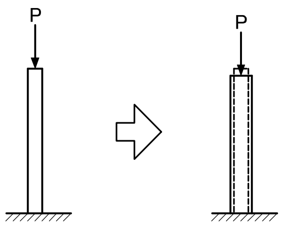
力学５　「座屈，たわみ」

合格ロケット

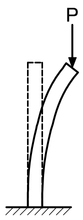
https://5569et.com/

07-1.「座屈」の解説

座屈

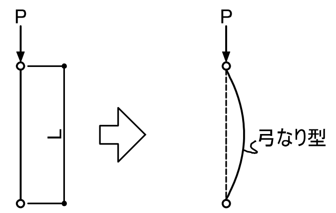


上図のように部材に荷重Pが作用する場合について考える．荷重Pの値を徐々に大きくしていくと部材は圧縮されるため右図のように変形する．

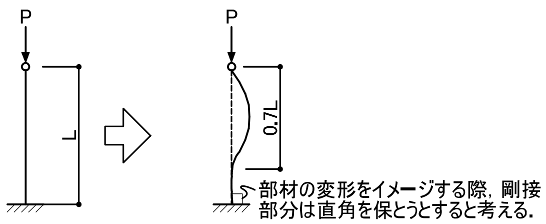


更に，荷重Pの値を増やし続けるとある値を境に部材は上図のように極端な変形を引き起こす．この現象を「座屈」といい，座屈に至るときの荷重Pの値を座屈荷重と呼ぶ．

座屈長さ（L_k）



上図のような部材の支持条件を「両端ピン」といい，座屈に至るときの変形は右図のようになる．このとき，弓なり型を形成する部分の弦の長さを座屈長さという．
∴「両端ピン」の場合の座屈長さ（L_k）は，$L_k = L$ となる．

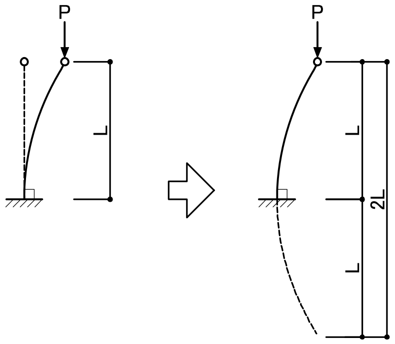


上図のような部材の支持条件を「一端ピン他端固定」といい，座屈に至るときの変形は右図のようになる．弓なり型を形成する部分の弦の長さは，0.7Lであるため，「一端ピン他端固定」の場合の座屈長さ（L_k）は，$L_k = 0.7L$ となる．ただし，この考え方は水平拘束（支点が水平移動しない状態のこと）の場合についてであり，水平拘束でない場合，変形は下図のようになる．

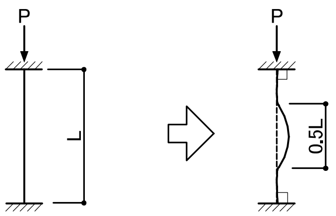
座屈

Point① $P_k = \dfrac{\pi^2 EI}{L_k^2}$

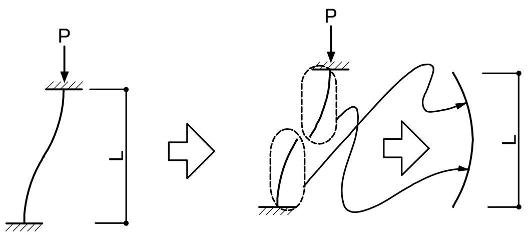
- L_k ： 0.5L, 0.7L, 1.0L, 2.0L
- Iは弱軸まわりの断面２次モーメント



この場合の弓なり型は上図のようにイメージする．弓なり型を形成する部分の弦の長さは2Lであるため，水平拘束でない場合の「一端ピン他端固定」の座屈長さ(L_k)は，$L_k = 2L$ となる．尚，「一端自由他端固定」の場合の座屈長さ(L_k)は，水平拘束でない場合の「一端ピン他端固定」の座屈長さと同様に考えるため$L_k = 2L$ となる．



上図のような部材の支持条件を「両端固定」という．水平拘束の場合，座屈に至るときの変形は右図のようになり，弓なり型を形成する部分の弦の長さは0.5Lであるため，「両端固定」の場合の座屈長さ(L_k)は，$L_k = 0.5L$ となる．



水平拘束でない場合，座屈に至るときの変形は上図のようになる．このときの弓なり型の形成は右図のように考える．水平拘束でない場合におけるの「両端固定」の座屈長さ(L_k)は，$L_k = L$ となる．

座屈荷重

座屈荷重をP_kとすると,

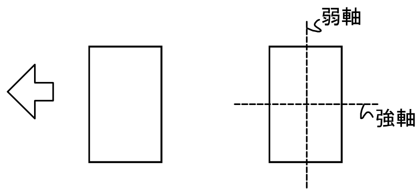
$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} \text{ ―― ①}$$

となる.

E :ヤング係数

I :弱軸に関する断面2次モーメント

L_k :座屈長さ



上図のような図形断面における弱軸は右図のようになる.
（弱軸とは断面2次モーメントが最小となる軸のことであり,
座屈とは弱軸に対して起こる.）

座屈軸（ =弱軸 ）に関する断面2次半径を i とすると

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \text{ ―― ②}$$

となる.

I :弱軸に関する断面2次モーメント

A :断面積

座屈軸に関する細長比をλとすると

$$\lambda = \frac{L_k}{i} \text{ ―― ③}$$

となる.

L_k :座屈長さ

i :断面2次半径

③式を変形すると

$L_k = \lambda \times i$

これに②式を代入すると

$$L_k = \lambda \times \sqrt{\frac{I}{A}}$$

両辺を2乗すると

$$L^2 = \lambda^2 \times \frac{I}{A} \text{ ―― ④}$$

④式を①式に代入すると

$$P_k = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} \text{ ―― ⑤}$$

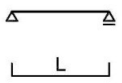
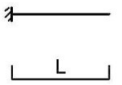
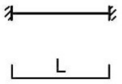
$$\therefore P_k = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2}$$

となる.

たわみ

Point① 基本公式

基本形としてこれは覚える！

	集中荷重P	等分布荷重w	モーメント荷重M
	$\delta=\frac{PL^3}{48EI}$ ① $\theta=\frac{PL^2}{16EI}$ ①'	$\delta=\frac{5wL^4}{384EI}$ ② $\theta=\frac{wL^3}{24EI}$ ②'	
	$\boxed{\delta=\frac{PL^3}{3EI}}$ ③ $\theta=\frac{PL^2}{2EI}$ ③'	$\delta=\frac{wL^4}{8EI}$ ④ $\theta=\frac{wL^3}{6EI}$ ④'	$\delta=\frac{ML^2}{2EI}$ ⑤ $\theta=\frac{ML}{EI}$ ⑤'
	$\delta=\frac{PL^3}{192EI}$ ⑥	$\delta=\frac{wL^4}{384EI}$ ⑦	

$$\delta=\frac{PL^3}{\bigcirc EI} \quad \delta=\frac{wL^4}{\bigcirc EI} \quad \delta=\frac{ML^2}{\bigcirc EI}$$

$$\theta=\frac{PL^2}{\bigcirc EI} \quad \theta=\frac{wL^3}{\bigcirc EI} \quad \theta=\frac{ML}{\bigcirc EI}$$

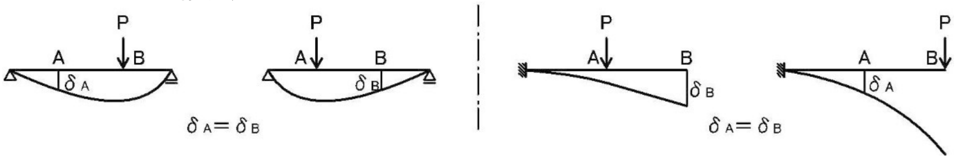
P＝wL

M＝PL → $P=\frac{M}{L}$

単純梁 ：要はイチロー、三割八分四厘 ホームラン5本 西側スタンドへ
48 16 384 5 24

片持ち梁 ：サニーの野郎は二位だった
3 2 8 6 2 1

Point② マクスウェルの相反定理

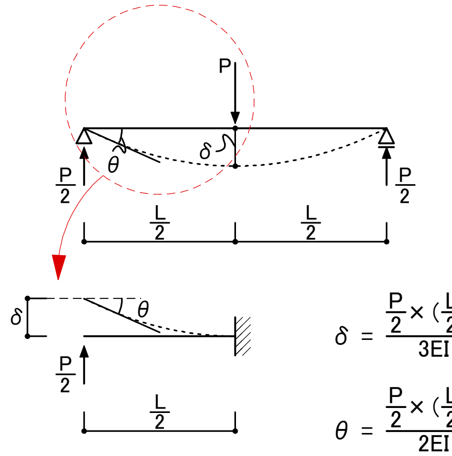


Point③ モールの定理
→インプットのコツ参照

①：17021，26021，28021，29021，30021，01021，02021，04021，05011
②：23021
③：17021，19021，21021，27021，30021，05011，06021
④：19021，23021，25021，27021
⑤：出題なし
⑥：03021
⑦：出題なし

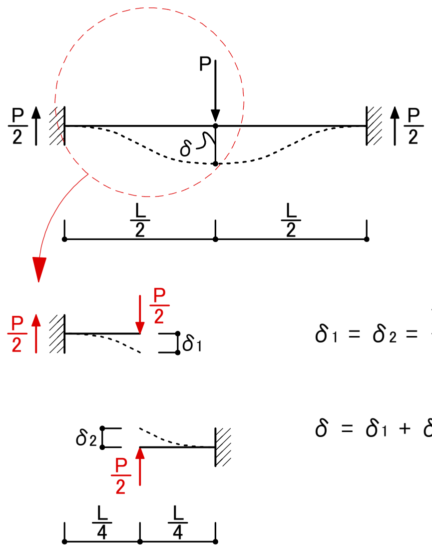
※赤文字は、公式を覚えていなくても解ける問題

①'：出題なし
②'：出題なし
③'：出題なし
④'：出題なし
⑤'：18031，22021



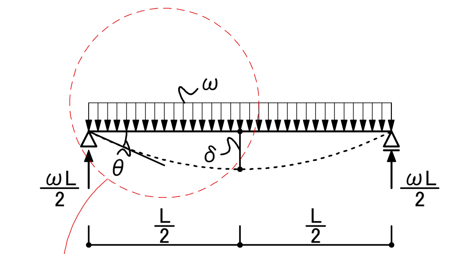
$$\delta = \frac{\frac{P}{2} \times (\frac{L}{2})^3}{3EI} = \frac{P}{2} \times \frac{L^3}{8} \times \frac{1}{3EI} = \frac{PL^3}{48EI} \quad \text{——①}$$

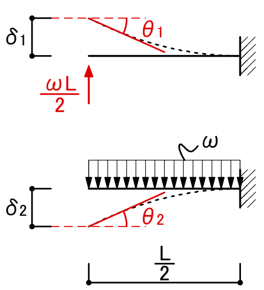
$$\theta = \frac{\frac{P}{2} \times (\frac{L}{2})^2}{2EI} = \frac{P}{2} \times \frac{L^2}{4} \times \frac{1}{2EI} = \frac{PL^2}{16EI} \quad \text{——①´}$$



$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{\frac{P}{2} \times (\frac{L}{4})^3}{3EI} = \frac{P}{2} \times \frac{L^3}{64} \times \frac{1}{3EI} = \frac{PL^3}{384EI}$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{PL^3}{384EI} + \frac{PL^3}{384EI} = \frac{PL^3}{192EI} \quad \text{——⑥}$$





$$\delta_1 = \frac{\frac{\omega L}{2} \times \left(\frac{L}{2}\right)^3}{3EI} = \frac{\omega L}{2} \times \frac{L^3}{8} \times \frac{1}{3EI} = \frac{\omega L^4}{48EI}$$

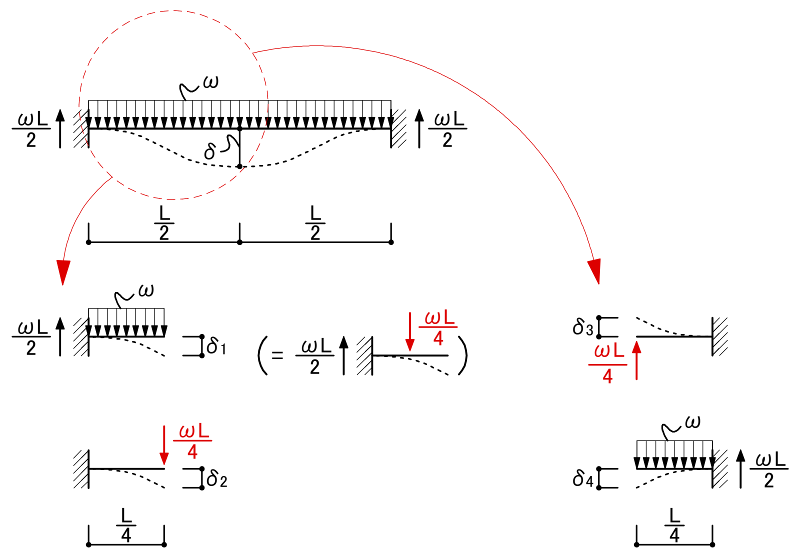
$$\delta_2 = \frac{\omega \times \left(\frac{L}{2}\right)^4}{8EI} = \omega \times \frac{L^4}{16} \times \frac{1}{8EI} = \frac{\omega L^4}{128EI}$$

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{\omega L^4}{48EI} - \frac{\omega L^4}{128EI} = \frac{8\omega L^4 - 3\omega L^4}{384EI} = \frac{5\omega L^4}{384EI} \qquad \text{——②}$$

$$\theta_1 = \frac{\frac{\omega L}{2} \times \left(\frac{L}{2}\right)^2}{2EI} = \frac{\omega L}{2} \times \frac{L^2}{4} \times \frac{1}{2EI} = \frac{\omega L^3}{16EI}$$

$$\theta_2 = \frac{\omega \times \left(\frac{L}{2}\right)^3}{6EI} = \omega \times \frac{L^3}{8} \times \frac{1}{6EI} = \frac{\omega L^3}{48EI}$$

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 = \frac{\omega L^3}{16EI} - \frac{\omega L^3}{48EI} = \frac{3\omega L^3 - \omega L^3}{48EI} = \frac{2\omega L^3}{48EI} = \frac{\omega L^3}{24EI} \qquad \text{——②}'$$



$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 - \delta_4$$

$$\delta_1 = \delta_4$$

$$\delta = \delta_2 + \delta_3$$

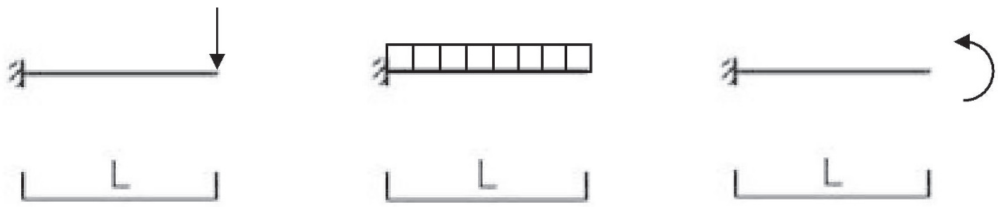
$$= \frac{\frac{\omega L}{4} \times \left(\frac{L}{4}\right)^3}{3EI} + \frac{\frac{\omega L}{4} \times \left(\frac{L}{4}\right)^3}{3EI}$$

$$= \frac{\omega L}{4} \times \frac{L^3}{64} \times \frac{1}{3EI} \times 2$$

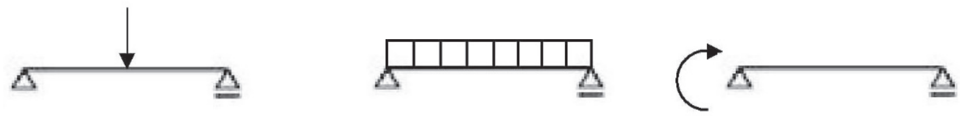
$$= \frac{\omega L^4}{384EI} \qquad \text{——⑦}$$

たわみ，たわみ角（回転角）の公式の覚え方（参考）

参考１



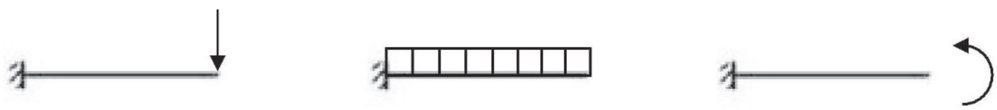
$\delta = \frac{PL^3}{3EI}$　　$\delta = \frac{wL^4}{8EI}$　　$\delta = \frac{ML^2}{2EI}$



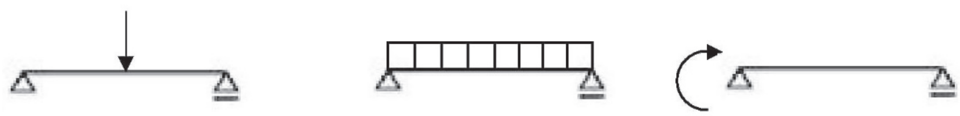
$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$　　$\delta = \frac{5wL^4}{384EI}$　　$\delta = \frac{ML^2}{9\sqrt{3}\,EI}$

$\delta = \frac{PL^3}{192EI}$　　$\delta = \frac{wL^4}{384EI}$

「さん ぱい に　しっぱい ご みもやし くるみ　とーくに さらばよ」



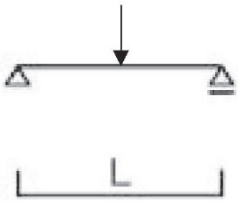
$\theta = \frac{PL^2}{2EI}$　　$\theta = \frac{wL^3}{6EI}$　　$\theta = \frac{ML}{EI}$



$\theta = \frac{PL^2}{16EI}$　　$\theta = \frac{wL^3}{24EI}$　　$\Theta = \frac{ML}{3EI}$　$\left(\frac{ML}{6EI}\right)$

「ふ ろがいちばん　いろんな　にし さん」

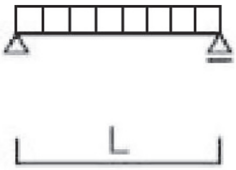
参考２



$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$　　$\theta = \frac{PL^2}{16EI}$

L^3からL^2は「−１の法則」

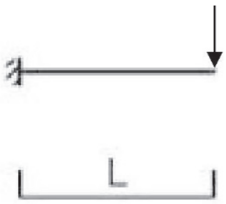
「弱（よわ）ったエイをプールでみた。色のついたエイだった。」



$\delta = \frac{5wL^4}{384EI}$　　$\theta = \frac{wL^3}{24EI}$

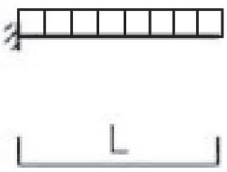
L^4からL^3は「−１の法則」

「桟橋（さんばし）の工事（こうじ）を西（にし）で行う。」



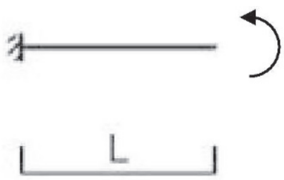
$\delta = \frac{PL^3}{3EI}$　　$\theta = \frac{PL^2}{2EI}$

「Pさん、残忍（ざん　にん)」



$\delta = \frac{wL^4}{8EI}$　　$\theta = \frac{wL^3}{6EI}$

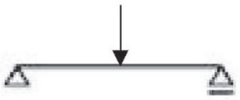
「ハ　ロー　w」



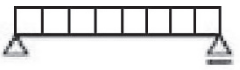
$\delta = \frac{ML^2}{2EI}$　　$\theta = \frac{ML}{EI}$

「モンキーがニ　イ～っと笑う」

参考３（分母を全て384EIに統一して、分子の数値のみを暗記する）

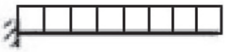


$\delta = \dfrac{8PL^3}{384EI}$　　$\Theta = \dfrac{24PL^2}{384EI}$　　「8ミリ　西（にし）に」



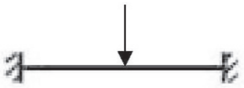
$\delta = \dfrac{5\omega L^4}{384EI}$　　$\Theta = \dfrac{16\omega L^3}{384EI}$　　「校舎（こうしゃ）の 広さ（ひろさ）が」

$\delta = \dfrac{128PL^3}{384EI}$　　$\Theta = \dfrac{192PL^2}{384EI}$　　「いつもの8ミリで いい靴（くつ）に」



$\delta = \dfrac{48\omega L^4}{384EI}$　　$\Theta = \dfrac{64\omega L^3}{384EI}$　　「深夜（しんや）よ！ 虫（むし）みて」

$\delta = \dfrac{192ML^2}{384EI}$　　$\Theta = \dfrac{384ML}{384EI}$　　「いい靴（くつ）に さっぱりした」

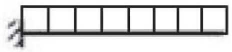


$\delta = \dfrac{2PL^3}{384EI}$　　$\Theta = 0$

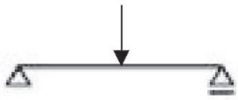
$\delta = \dfrac{\omega L^4}{384EI}$　　$\Theta = 0$

参考４

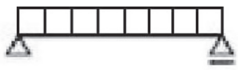
$\delta = \frac{PL^3}{3EI}$　　$\theta = \frac{PL^2}{2EI}$



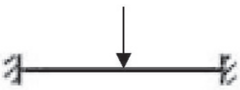
$\delta = \frac{wL^4}{8EI}$　　$\theta = \frac{wL^3}{6EI}$



$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$　　$\theta = \frac{PL^2}{16EI}$



$\delta = \frac{5wL^4}{384EI}$　　$\theta = \frac{wL^3}{24EI}$



$\delta = \frac{PL^3}{192EI}$

$\delta = \frac{wL^4}{384EI}$

「δ：サンバを踊って、シワをさばよむご老人」
「Θ：ジ ロー，イチロー，西（にし）へ行く」

$\delta = \frac{ML^2}{2EI}$　　$\theta = \frac{ML}{EI}$

$\delta = \frac{ML^2}{8EI}$　　$\Theta = \frac{ML}{2EI}$

$\delta = \frac{ML^2}{9\sqrt{3}\,EI}$　　$\Theta = \frac{ML}{3EI}$　（$\frac{ML}{6EI}$）

「２人で割った（わった）クルミは１２３個」