

演習問題 力学計算 1 (解説)

ウラ模試 1

[No.1] 解説 正答—4

解説:

軸方向力 P により生じる応力 σ_c を求める.

荷重 P は矩形断面の頂部の図心 G に材軸方向に作用しているので、断面には均一な圧縮応力度 σ_c が生じる.

$$-\sigma_c = -P/A = -\frac{P}{BD}$$

荷重 Q は材と直交方向に作用しているので、底部には曲げモーメントが生じる.

$$M = QL$$

このときに断面に生じる垂直応力度分布は 図-b のようになる.

$$\pm \sigma_b = \pm \frac{M}{Z} = \pm \frac{QL}{\frac{BD^2}{6}} = \pm \frac{6QL}{BD^2}$$

断面 a-a に作用する応力は、図-a の $-\sigma_c$ と、図-b の $\pm \sigma_b$ の和である.

図-2 より、断面 a-a の右側の応力度は 2σ (圧縮)、左側の応力度は $\frac{\sigma}{2}$ (圧縮) であるため、

$$-\sigma_c - \sigma_b = -\frac{P}{BD} - \frac{6QL}{BD^2} = -2\sigma \dots\dots ①$$

$$-\sigma_c + \sigma_b = -\frac{P}{BD} + \frac{6QL}{BD^2} = -\frac{\sigma}{2} \dots\dots ②$$

① + ② より、

$$-\frac{P}{BD} - \frac{6QL}{BD^2} + \left(-\frac{P}{BD} + \frac{6QL}{BD^2}\right) = -2\sigma + \left(-\frac{\sigma}{2}\right)$$

$$-\frac{2P}{BD} = -\frac{5}{2}\sigma$$

$$P = \frac{5}{4}BD\sigma$$

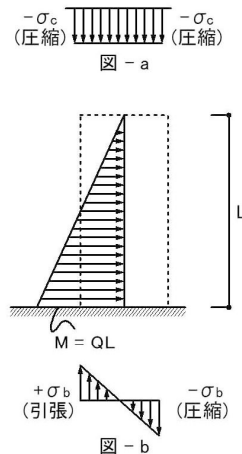
① - ②より、

$$-\frac{P}{BD} - \frac{6QL}{BD^2} - \left(-\frac{P}{BD} + \frac{6QL}{BD^2}\right) = -2\sigma - \left(-\frac{\sigma}{2}\right)$$

$$-\frac{12QL}{BD^2} = -\frac{3}{2}\sigma$$

$$Q = \frac{BD^2}{8L}\sigma$$

よって、解答は 4 となる.



別解:

荷重 P により、a-a 断面には図-c のような均一な圧縮応力度 σ_c が生じる.

$$-\sigma_c = -\frac{P}{A} = -\frac{P}{BD}$$

図 - c

荷重 Q により、a-a 断面は図-d のような垂直応力度分布となる.

$$\pm \sigma_b = \pm \frac{M}{Z} = \pm \frac{QL}{\frac{BD^2}{6}} = \pm \frac{6QL}{BD^2}$$

図 - d

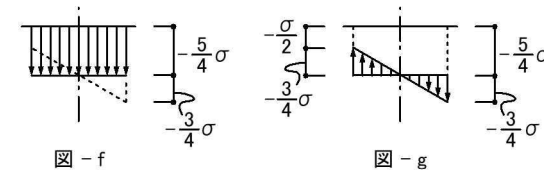
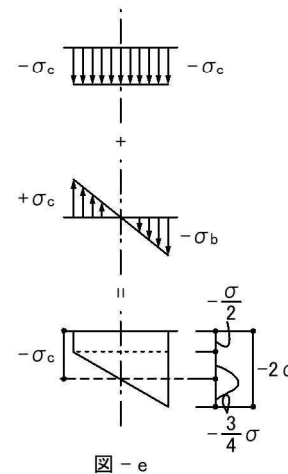


図-2 の垂直応力度において、矩形断面材の中心軸上の値は $-\frac{5}{4}\sigma (= -\frac{\sigma}{2} - \frac{3}{4}\sigma)$ である. この値は、荷重 P による垂直応力度 σ_c の値と一致する (図-f). (図-e)

$$\text{よって、} -\sigma_c = -\frac{P}{BD} = -\frac{5}{4}\sigma \text{ より } P = \frac{5}{4}BD\sigma$$

図-g より、荷重 Q による垂直応力度 σ_b の値は $\frac{3}{4}\sigma$ であることがわかる.

$$\text{よって、} -\sigma_b = -\frac{6QL}{BD^2} = \frac{3}{4}\sigma \text{ より } Q = \frac{BD^2}{8L}\sigma$$

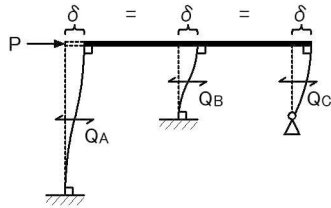
[No.2] 解説 正答—2

解説:

柱A, B, Cに作用するせん断力をそれぞれ Q_A , Q_B , Q_C とすると,

$$P = Q_A + Q_B + Q_C$$

梁は剛体であるため, 柱頭の水平変位 δ は等しくなる.



柱Aを考えると, 水平力 Q_A と水平変位 δ は, 下式によって求まる.

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{2} &= \frac{Q_A h^3}{3EI} \quad (EI: \text{剛性}) \\ Q_A &= \frac{3\delta EI}{2h^3} \end{aligned}$$

または,

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{Q_A (2h)^3}{12EI} = \frac{8Q_A h^3}{12EI} = \frac{2Q_A h^3}{3EI} \\ Q_A &= \frac{3\delta EI}{2h^3} \end{aligned}$$

同様に柱Bを考えると,

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{2} &= \frac{Q_B \left(\frac{h}{2}\right)^3}{3EI} = \frac{Q_B h^3}{24EI} \\ Q_B &= \frac{12\delta EI}{h^3} \end{aligned}$$

または,

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{Q_B h^3}{12EI} \\ Q_B &= \frac{12\delta EI}{h^3} \end{aligned}$$

柱Cは柱脚がピン接合のため, 水平力 Q_C と水平変位は下式により求まる.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{Q_C h^3}{3EI} \\ Q_C &= \frac{3\delta EI}{h^3} \end{aligned}$$

以上より,

$$Q_A : Q_B : Q_C = \frac{3}{2} : 12 : 3 = 1 : 8 : 2$$

となる.

次にそれぞれの柱頭に作用するモーメントを求める.

柱頭に作用するモーメント M_1 と, 柱脚に作用するモーメント M_2 の勾配が柱に作用するせん断力であるため,

$$|Q| = \frac{M_1 + M_2}{L} \quad \text{となる.}$$

柱A, Bの反曲点が柱中央であるため, 柱頭と柱脚のモーメントは等しくなる.

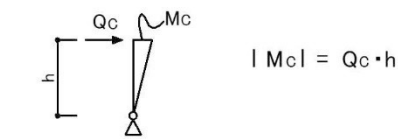
よって,

$$\begin{aligned} \frac{M_A + M_A}{2h} &= |Q_A| \\ |M_A| &= Q_A \cdot h \end{aligned}$$

同様にして,

$$|M_B| = \frac{1}{2} Q_B \cdot h$$

柱Cは柱脚がピン接合のため、片持ち柱形式となる。



よって、

$$\begin{aligned}
 M_A : M_B : M_C &= Q_A \cdot h : \frac{1}{2} Q_A \cdot h : Q_A \cdot h \\
 &= 1 : \frac{1}{2} \times 8 : 2 \\
 &= 1 : 4 : 2
 \end{aligned}$$

となる。

よって、解答は 2 である。

[No.6] 解説 正答—2

解説:

弾性座屈荷重 P_k は、オイラー式で求める。

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$$

E : ヤング係数
 I : 弱軸の断面二次モーメント
 L_k : 座屈長さ
 π : 円周率(3.14)

また、座屈長さ L_k は、次表から求める。

支持条件	水平移動拘束			水平移動自由	
	両端ピン	両端固定	ピン・固定	両端固定	自由・固定
座屈形状					
座屈長さ L_k	1.0L	0.5L	0.7L	1.0L	2.0L

設問の場合、材端条件は、一端自由、他端固定であるので、 $L_k = 2L$ である。
 設問より、全ての柱のヤング係数 E が等しい(同一の材質である)ので、弾性座屈荷重の大小関係は、各柱の $\frac{I}{L_k^2}$ を比較すればよいことがわかる。

- $$\frac{4 \times 10^{-5}}{(4.0 \times 2)^2} = \frac{4 \times 10^{-5}}{64} \doteq 0.063 \times 10^{-5}$$
- $$\frac{7 \times 10^{-5}}{(5.0 \times 2)^2} = \frac{7 \times 10^{-5}}{100} = 0.070 \times 10^{-5}$$
- $$\frac{8 \times 10^{-5}}{(6.0 \times 2)^2} = \frac{8 \times 10^{-5}}{144} \doteq 0.056 \times 10^{-5}$$
- $$\frac{10 \times 10^{-5}}{(7.0 \times 2)^2} = \frac{10 \times 10^{-5}}{196} \doteq 0.051 \times 10^{-5}$$

よって、解答は 2 となる。