

演習問題 力学計算 1 (解説)

ウラ模試 1

[No.1] 解説 正答—4

曲げモーメントが M_y (弾性状態)の時、 Z を断面係数とすると縁応力度 σ_y は

$$\sigma_y = \frac{M_y}{Z} \text{と表せる.}$$

梁A断面における断面係数 Z_A は、 $Z_A = \frac{3a \times (4a)^2}{6} = 8a^3$ より

$$M_{yA} = \sigma_y \times Z_A = 8a^3 \cdot \sigma_y \quad \text{————— ①}$$

梁B断面における断面係数 Z_B は、I型の断面2次モーメント I_B を中立軸からの距離(2a)で割って求められる。

$$I_B = \frac{3a \times (4a)^3}{12} - 2 \times \frac{a \times (2a)^3}{12} = \frac{44}{3} a^4$$

$$\text{よって } Z_B = \frac{I_B}{2a} = \frac{\frac{44}{3} a^4}{2a} = \frac{22}{3} a^3$$

$$M_{yB} = \sigma_y \times Z_B = \frac{22}{3} a^3 \cdot \sigma_y \quad \text{————— ②}$$

次に、それぞれの断面の全塑性モーメント M_p を求める。

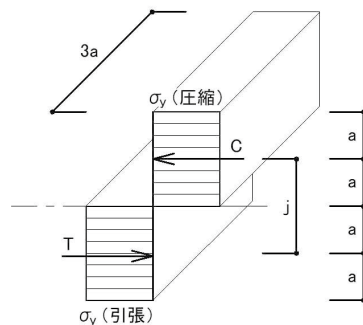
断面に曲げモーメントのみが生じる場合、圧縮合力をC、引張合力をT、応力中心間距離をjとすると、全塑性モーメント M_p は

$M_p = C \times j = T \times j$ と表せる。

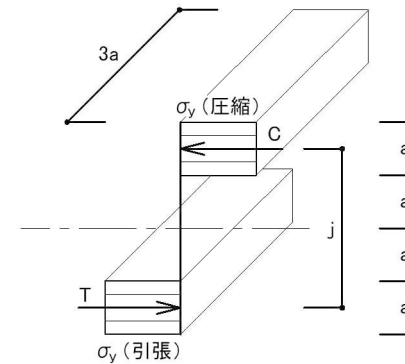
$$j = 2a$$

$$\begin{aligned} C = T &= \sigma_y \times 2a \times 3a \\ &= 6a^2 \cdot \sigma_y \end{aligned}$$

$$M_{pA} = C \times j = T \times j = 6a^2 \cdot \sigma_y \times 2a = 12a^3 \cdot \sigma_y \quad \text{————— ③}$$



A

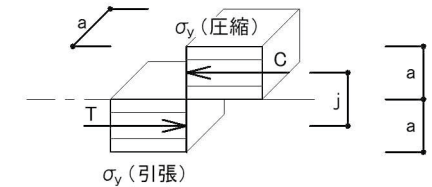


B(フランジ)

$$j = 3a$$

$$\begin{aligned} C = T &= \sigma_y \times a \times 3a \\ &= 3a^2 \cdot \sigma_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{pB\text{フランジ}} &= C \times j = T \times j \\ &= 3a^2 \cdot \sigma_y \times 3a \\ &= 9a^3 \cdot \sigma_y \end{aligned}$$



B(ウェブ)

$$j = a$$

$$\begin{aligned} C = T &= \sigma_y \times a \times a \\ &= a^2 \cdot \sigma_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{pB\text{ウェブ}} &= C \times j = T \times j \\ &= a^2 \cdot \sigma_y \times a \\ &= a^3 \cdot \sigma_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{pB} &= M_{pB\text{フランジ}} + M_{pB\text{ウェブ}} \\ &= 9a^3 \cdot \sigma_y + a^3 \cdot \sigma_y \\ &= 10a^3 \cdot \sigma_y \quad \text{————— ④} \end{aligned}$$

以上の結果より

$$\alpha_A = \frac{M_{yA}}{M_{pA}} = \frac{8a^3 \cdot \sigma_y}{12a^3 \cdot \sigma_y} = \frac{2}{3} = \frac{20}{30}$$

$$\alpha_B = \frac{M_{yB}}{M_{pB}} = \frac{\frac{22}{3} a^3 \cdot \sigma_y}{10a^3 \cdot \sigma_y} = \frac{22}{30}$$

より、 $1 > \alpha_B > \alpha_A$

よって、解答は 4 となる。

別解:

$$M_p = Z_p \times \sigma_y$$

$$\alpha_A = \frac{M_{yA}}{M_{pA}} = \frac{Z_A \times \sigma_y}{Z_{pA} \times \sigma_y} = \frac{Z_A}{Z_{pA}}$$

$$\alpha_B = \frac{M_{yB}}{M_{pB}} = \frac{Z_B \times \sigma_y}{Z_{pB} \times \sigma_y} = \frac{Z_B}{Z_{pB}}$$

$$\text{梁A断面における断面係数} Z_A \text{は, } Z_A = \frac{3a \times (4a)^2}{6} = 8a^3$$

$$\text{梁A断面における塑性断面係数} Z_{pA} \text{は, } Z_{pA} = \frac{3a \times (4a)^2}{4} = 12a^3$$

梁B断面における断面係数 Z_B は, I 型の断面2次モーメント I_B を中立軸からの距離 $(2a)$ で割って求められる.

$$I_B = \frac{3a \times (4a)^3}{12} - 2 \times \frac{a \times (2a)^3}{12} = \frac{44}{3} a^4$$

$$\text{よって } Z_B = \frac{I_B}{2a} = \frac{\frac{44}{3} a^4}{2a} = \frac{22}{3} a^3$$

$$\text{梁B断面における塑性断面係数} Z_{pB} \text{は, } Z_{pB} = \frac{3a \times (4a)^2}{4} - 2 \times \frac{a \times (2a)^2}{4} = 10a^3$$

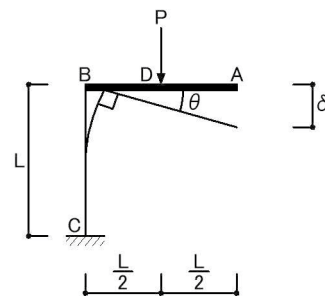
以上より,

$$\alpha_A = \frac{Z_A}{Z_{pA}} = \frac{8a^3}{12a^3} = \frac{2}{3} = \frac{20}{30}$$

$$\alpha_B = \frac{Z_B}{Z_{pB}} = \frac{\frac{22}{3} a^3}{10a^3} = \frac{22}{30}$$

より, $1 > \alpha_B > \alpha_A$

[No.2] 解説 正答—2

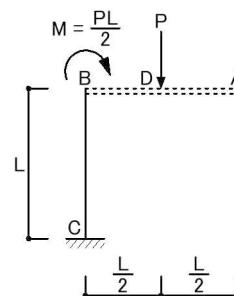


図－1

剛体である部材ABの中央部Dに鉛直荷重Pが加わることで, 上記図のように, 部材ABは, 角度 θ 回転するとする.

$$\delta = L \times \theta \text{ となる.}$$

部材ABは剛体であるため, 上記 θ は, 部材BCのB点の回転角と等しいことがわかる.



図－2

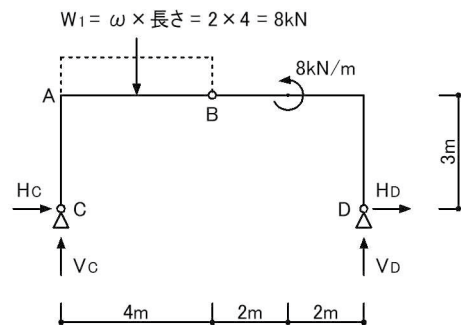
図-1における部材BCの回転角を θ とすると,

$$\theta = \frac{ML}{EI} = \frac{PL^2}{2EI} \text{ とわかる.}$$

$$\text{以上より, } \delta = L \theta = \frac{PL^3}{2EI} \text{ となる.}$$

よって, 解答は 2 となる.

[No.3] 解説 正答—4



発生する反力を上図のように仮定し、「外力系の釣り合い」を求めると、

$$\sum X = H_c + H_D = 0 \quad \text{—— ①}$$

$$\sum Y = V_c + V_D - W_1 = 0 \quad \text{—— ②}$$

$$\sum M_D = +V_c \times 8\text{m} - W_1 \times 6\text{m} - 8 = 0 \quad \text{—— ③}$$

B点から右側を考えて、「内力系の釣り合い」を求めると、

$$\sum M_B = -V_D \times 4\text{m} - H_D \times 3\text{m} - 8 = 0 \quad \text{—— ④}$$

③より、

$$8V_c - 8 \times 6 - 8 = 0$$

$$V_c - 6 - 1 = 0$$

$$V_c = 7\text{kN}$$

②に代入して、

$$V_D = W_1 - V_c = 8 - 7 = 1\text{kN}$$

④に代入して、

$$-1 \times 4 - 3 \times H_D - 8 = 0$$

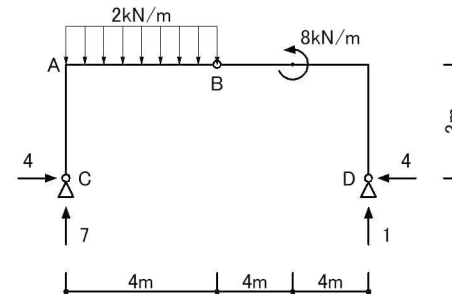
$$3H_D = -12$$

$$H_D = -4$$

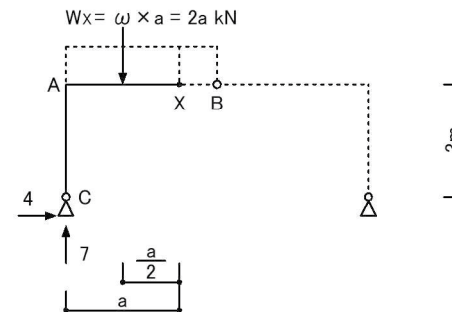
①に代入して、

$$H_c = -H_D = 4\text{kN}$$

したがって、



上図ラーメンを左側から見て、せん断力を考える。



A点から右側に a m 離れた X 点のせん断力 Q_x を求める。

X 点の左側部分にある等分布荷重を合力 W_x とする。

X 点の左側の外力の和が X 点のせん断力 Q_x であるので、

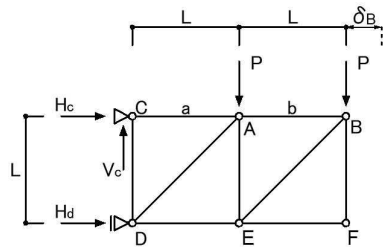
$$Q_x = 7 - 2a$$

AB間でせん断力がゼロとなる点は、

$$Q_x = 7 - 2a = 0 \text{ より、} a = 3.5\text{m} \text{ の点とわかる。}$$

よって、解答は4である。

[No.4] 解説 正答—1



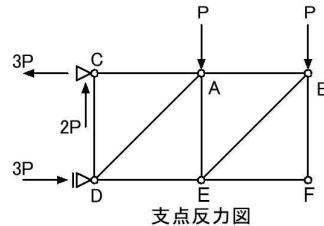
B点の水平変位 δ_B を求めるには、荷重によってそれぞれの部材に生じる軸力を N 、変位を求めるB点に単位荷重 1（右向き）をかけた時にそれぞれの部材に生じる軸力を $\bar{N}$ 、それぞれの部材の長さを L とすると、

$$\delta_B = \frac{\sum N\bar{N}L}{EA} \text{ より求める.}$$

1) 支点反力C, Dを求める.

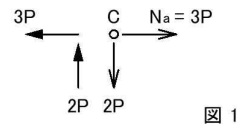
$$\begin{aligned} V_c &= 2P & \text{--- ①} \\ H_c + H_d &= 0 & \text{--- ②} \\ M_c &= P \times L + P \times 2L - H_d \times L = 0 & \text{--- ③} \end{aligned}$$

②, ③を解いて、
 $H_d = 3P$
 $H_c = -3P$

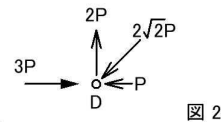
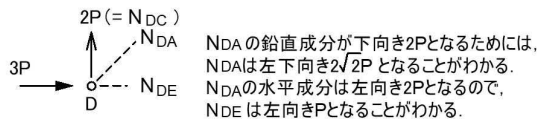


2) 部材a, bの軸力 N_a, N_b を求める.

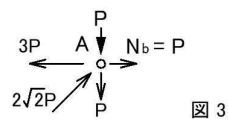
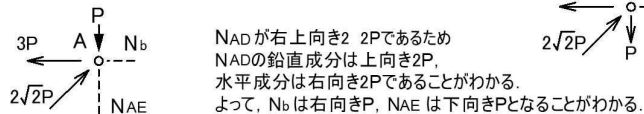
C点での力の釣り合いより、 $N_a = 3P$ （図1参照）



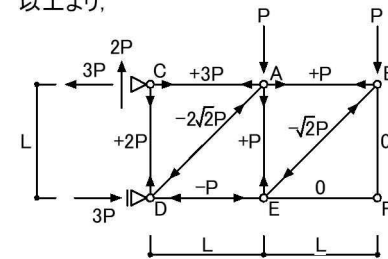
D点での力の釣り合いより、斜材ADに作用する力は $-2\sqrt{2}P$ （図2 参照）



A点での力の釣り合いより、水平方向の力の釣り合いより、 $N_b = P$ （図3 参照）

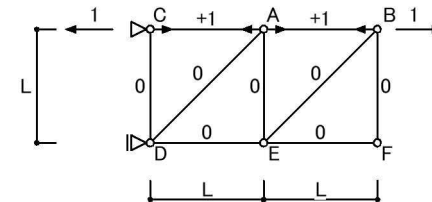


以上より、



のような軸力が生じる.

同様に、B点に単位荷重 1（右向き）をかけた時は、



のような軸力が生じる.

部材	N	$\bar{N}$	L	$N\bar{N}L$
CA	+3P	+1	L	+3PL
AB	+P	+1	L	+PL
CD	+2P	0	L	0
AE	+P	0	L	0
BF	0	0	L	0
AD	$-2\sqrt{2}P$	0	$\sqrt{2}L$	0
BE	$-\sqrt{2}P$	0	$\sqrt{2}L$	0
DE	-P	0	L	0
EF	0	0	L	0

$$\sum N\bar{N}L = +4PL$$

$$\delta_B = \frac{\sum N\bar{N}L}{EA} = \frac{4PL}{EA}$$

よって、解答は 1 である.